

## **ФІЗИЧНІ АНАЛОГІЇ В ГАЛУЗІ ІНЖЕКЦІЙНОГО СИНТЕЗУ КОМПОЗИТНИХ МАТЕРІАЛІВ**

*Анотація. Наведені результати апробації методу фізичних аналогій в якості технології науково-освітнього процесу (нелінійної техніки мислення) для майже безресурсного “тунелювання” до нового наукового знання в науково-технічному інформаційному просторі на прикладі досліджень в галузі інжекційного синтезу композитних матеріалів енергетичних впливів на алюміній від оксидних мікрочастинок при їхніх ударних впровадженнях, факторів дефектоутворення на тонкому стрічковому електроді в цих умовах а також довговічності утримання металевими зв'язками в електродному композиті оксидних включень при циклічних навантаженнях.*

*Ключові слова: інформаційний простір, метод аналогій, інжекційний синтез, композитний матеріал.*

### **Постановка проблеми. Аналіз досліджень і публікацій.**

Для літєвої енергетики актуальність формування без зв'язуючого композитних функціональних шарів електродів літєвих джерел струму ініціює зацікавленість в дослідженнях фізичних механізмів структуроутворення металокомпозитів при високоенергетичних впливах, які супроводжують гальмування ударом і впровадження розігнаних високошвидкісним газовим струменем мікрочастинок електрохімічно активних речовин в приповерхневий шар тонкої електродної стрічки [1].

Перспектива використання інжекційного синтезу композитного шару для виготовлення катодів вторинних літєвих джерел струму висуває нові науково-технічні задачі, пов'язані з науковими основами теорії обробки матеріалів висококонцентрованими джерелами енергії (струменями впроваджуваних мікрочастинок).

Відомо, що основним результатом наукової діяльності є нове наукове знання [2]. Воно фіксується насамперед у нових публікаціях. Науко-

ве знання, представлене в першоджерелах, на етапі використання створює інформаційно-ресурсну і комунікаційну основу для подальшого розвитку науки.

Досвід організації творчої діяльності студентів на базі програмно-апаратних дослідницьких комплексів [3] і проблемно-орієнтованих інформаційних технологій [4] свідчить про те, що ресурси, вкладені в співпрацю зі студентами, складають тонкий прошарок відносно обсягів ресурсного забезпечення попередньої багаторівневої діяльності, результатом якої стало створення відповідних комплексів і технологій.

В умовах відсутності відчутних інвестицій в науку і освіту [5], певні оптимістичні сподівання на позараціональний результат практично безресурсного “тунелювання” науковців і освітян України до бажаних на сьогодні технологій науково-освітнього процесу породжують напрацювання, сформульовані в дослідженні [6], а саме – “відмова від традиційного уявлення про освітні процеси як лінійні траєкторії” і про те, що “в нелінійній техніці мислення затверджується мінливість, динамізм як адекватна межа світу, відбувається відмова від опозицій, що структурують світ в його усталених характеристиках”.

Відомо [7], що виступаючи на щорічних зборах Американської Психологічної Асоціації, Р. Опенгеймер відзначав: «Незалежно від того, чи ми говоримо про відкриття або винаходи чи ні, аналогія неминуча для людської думки, тому що до нового в науці ми приходимо з тим інструментарієм, який у нас є, – а це саме те, як ми навчилися думати і, перш за все, те, як ми навчилися думати про взаємозв'язок речей. Ми не можемо взаємодіяти з чимось незвіданим ніяким іншим чином, крім як на ґрунті знайомого і старомодного. Консерватизм наукового дослідження не довільна річ; це важіль, за допомогою якого ми діємо; це єдине обладнання, яке ми маємо. Ми не можемо навчитися дивуватися чомусь, якщо у нас немає уявлення про те, як це «щось» повинно виглядати; і це уявлення, – напевно, – аналогія ... Наука – це надзвичайно творчий і збагачуючий процес, вона сповнена новизни і дослідницького духу, і для того, щоб досягти цього, аналогія є незамінним інструментом».

Максвелл широко використовував механічні аналогії і побудовані на їх основі моделі, вважаючи їх важливими знаряддями пізнання [7]. Больцман писав: «... в кінці кінців, філософія максвелівських ідей була узагальнена у вченні про те, що пізнання взагалі не являє собою нічого іншого, як виявлення аналогій».

На думку М. Бунге [7], аналогія може бути плідною при попередньому дослідженні нової наукової області. Ступінь ймовірності отримання правильного умовиводу за аналогією буде тим вищим, чим більше відомо загальних властивостей у порівнюваних об'єктів. Тому крім навчання і зручного представлення отриманих результатів, метод аналогій може успішно застосовуватись і для безпосереднього отримання знань.

### **Мета дослідження**

Метою роботи є апробація методу фізичних аналогій в якості прикладу “нелінійної техніки мислення” для майже безресурсного “тунелювання” до нового наукового знання в науково-технічному інформаційному просторі на прикладі галузі інжекційного синтезу композитних матеріалів.

### **Викладення основного матеріалу дослідження**

Науково-освітня діяльність в рамках презентуємої роботи полягала в тому, що із залученням досяжних інформаційно-комунікаційних технологій розшукувались, виокремлювались і аналізувались в науково-технічному інформаційному просторі аналогії експериментально спостерігаємим при інжекційному синтезі композитних матеріалів процесам і явищам.

Розглянемо найбільш продуктивні із винайдених аналогій.

*Аналогія між енергетичними впливами на алюміній від лазерних імпульсів і від оксидних мікрочастинок при інжекційному методі їх впровадження.*

Для інжекційної технології формування тонкої електродної стрічки, що включає ударні гальмування на поверхні стрічки високошвидкісних оксидних мікрочастинок, характерні локальні оплавлення поверхні матричного металу електрода поблизу впроваджуваних мікрочастинок і їх осколків, які супроводжуються подальшими твердіннями (гартуван-

нями) оплавлених зон за рахунок тепловідводу через алюміній стрічки в товщу опорного валика [8].

Слід зазначити, що в сучасній науково-дослідницькій літературі відсутні публікації відносно закономірностей структуроутворення матричного металу електрода в зонах впровадження в нього ударним гальмуванням оксидних мікрочастинок. В той же час дослідженням закономірностей формування структур в нерівноважних умовах гартування розплавів на теплопровідній підкладці (у тому числі і при лазерному оплавленні поверхні) приділяється значна увага як в більшості розвинених країн світу, так і в Україні [9].

Як для імпульсної лазерної обробки з оплавленням (або передоплавленням) поверхні алюмінію і його сплавів [9], так і для енергетичних впливів надзвукових оксидних мікрочастинок при ударних гальмуваннях на поверхні тонкої алюмінієвої електродної стрічки, що супроводжуються її оплавленням [8], характерні наступні загальні риси: – локальність і відповідність просторової зони енергетичного впливу на поверхню (діаметр сфокусованого лазерного променя є величиною одного порядку з поперечними розмірами інjektуємих оксидних мікрочастинок); – локальність і відповідність часового інтервалу енергетичних впливів на поверхню; – наявність тепловідводу в напівнескінченний шар алюмінію або його сплаву (тонка алюмінієва стрічка, в яку інjektуються мікрочастинок, спирається на масивну підкладку з теплопровідного металу, що з теплової точки зору є еквівалентним напівнескінченному шару); – наявність імпульсів тиску при енергетичних впливах на поверхню як сфокусованих лазерних імпульсів, так і впроваджуваних мікрочастинок. Подібність зазначених параметрів енергетичних впливів дозволяє з високою мірою достовірності розповсюдити результати, отримані при дослідженнях структуроутворення в зонах гартувань на оплавленій (чи передоплавленій) імпульсним лазерним випромінюванням поверхні алюмінію, на структуроутворення при гартуваннях в схожих умовах з оплавлень, які формуються ударною дією оксидних мікрочастинок на поверхню тонкої алюмінієвої електродної стрічки при інjektійній технології формування на ній металокомпозитного шару [8].

*Аналогія між довговічністями утримання при циклічному навантаженні металевими зв'язками діамантових зерен в металокомпозитах, вживаних для обробки природного каменю, і оксидних вкраплень в інжекційно сформованому електродному металокомпозиті в процесі його експлуатації.*

Специфічна особливість інжекції оксидних мікрочастинок в приповерхневий шар тонкої алюмінієвої електродної стрічки – застигання розплаву поблизу поверхні впроваджених оксидних мікрочастинок і їх осколків. Лункова фіксація оксидних мікрочастинок в електродному металокомпозиті є структурним фактором, який підвищує потенціал механічної витривалості металокомпозитного шару електрода, синтезованого з використанням інжекційної технології.

Міцнісні переваги утримання металевими зв'язками приутоплених в металі тонкої електродної стрічки оксидних мікрочастинок є одним з провідних пріоритетів інжекційної технології формування електродного металокомпозиту і, хоча й сприймаються як самоочевидні, поза сумнівом вимагають до себе дослідницької уваги в якості чинника, який позитивно впливає на конкурентоспроможність цієї технології.

З аналогії між механізмами утримання при циклічному навантаженні діамантових зерен в зв'язуючій металокомпозитній структурі і інжекційно впроваджених в тонку електродну стрічку оксидних мікрочастинок, які так само утримуються металевими зв'язками і піддаються циклічним навантаженням (у зв'язку з циклічними змінами розмірів оксидних мікрочастинок при інтеркаляції – деінтеркаляції літію в циклах зарядки – розрядки в процесі роботи літієвого джерела струму) маємо, що кількісно як ресурс циклування конструкційних сплавів на основі алюмінію, схильних до багатоосередкової мікротріщиноватості [10], так і ресурс довговічності при циклічному навантаженні діамантових зерен [11] відповідно в сотні і десятки разів перевершують досягнуті на сьогодні граничні кількості циклів зарядки-розрядки літієвих джерел струму, що свідчить про потенціал механічної довговічності інжекційно сформованого електродного оксидного металокомпозиту, який значно перевищує довговічність літієвого джерела струму в цілому.

*Аналогія між явищем галопування проводів повітряних ліній електропередачі і сукупністю факторів дефектоутворення на тонкому стрічковому електроді при інжекційному синтезі на його поверхні металокомпозитного шару.*

Фактори, які призводять до дефектоутворення на тонкому стрічковому електроді при інжекційному синтезі його металокомпозитного шару в результаті досліджень і систематизації зведені через аналогію із дослідженням [12] до коливальних проявів (галопування) тонкої металевої стрічки, переміщуваної в інжекційній камері відносно двофазного струменя, що діє на неї [13].

Процес галопування тонкої металевої стрічки поблизу опорного валика в камері для інжекційного синтезу металокомпозитних стрічкових електродів через аналогію із [12] визначений в якості явища аеродинамічної нестійкості в результаті аеропружної взаємодії стрічки з двофазним струменем при збуренні збудження коливань внаслідок переміщення ліній опирання стрічки на опори.

Внаслідок того, що переміщення тонкої металевої стрічки відносно двофазного струменя є бажаною технологічною компонентою синтезу тонких стрічкових електродів інжекційним методом, були сформовані завдання на розробку таких нових методів пригноблення галопування (на відміну від рекомендованих в [12]), які б не обмежували можливість повздовжнього руху інжекційно оброблюваної стрічки.

Пригноблення явища галопування тонких стрічкових електродів через напрацьовані [13] методи оптимізації механізованого стрічкопротяжного устаткування підвищує «живучість» тонкої рухомої металевої стрічки і пом'якшує вимоги до діапазону величин її натягів при перемотуванні.

### **Висновки**

Результати, отримані при дослідженнях структуроутворення в зонах гартувань на оплавленій (чи передоплавленій) імпульсним лазерним випромінюванням поверхні алюмінію, в першому наближенні характеризують структуроутворення при гартуваннях з оплавлень (чи передоплавлень), які формуються ударною дією оксидних мікрочастинок на

поверхню тонкої алюмінієвої електродної стрічки при інжекційній технології формування на ній металокомпозитного шару.

Потенціал механічної довговічності (при циклічних навантаженнях) інжекційно сформованого електродного оксидного металокомпозиту значно перевищує довговічність літєвого джерела струму в цілому.

Фактори, які призводять до дефектоутворення на тонкому стрічковому електроді при інжекційному синтезі його металокомпозитного шару зведені до явища аеродинамічної нестійкості в результаті аеропружної взаємодії стрічки з двофазним струменем при збуренні збудження коливань (галопування) внаслідок переміщення ліній опирання стрічки на опори.

З використанням методу аналогій отримане нове наукове знання в галузі технології інжекційного синтезу композитних матеріалів.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Денисенко О. І. Дослідження інжекційного синтезу композитних функціональних шарів тонких стрічкових електродів / О. І. Денисенко // Т. 3 Фундаментальні дослідження. Математичне моделювання – прикладні аспекти. Харків-2012. – Технологічний аудит та резерви виробництва. – 6/3(8). – 2012. – С. 5-6.
2. Симоненко Т. В. Розвиток системи інформаційно-бібліотечного забезпечення науки / Т. В. Симоненко. – Науково-технічна інформація. – 2006. – № 3. – С. 52-56.
3. Денисенко О. І. Творча діяльність студентів на базі програмно-апаратних проблемно-орієнтованих дослідницьких комплексів / О. І. Денисенко. – Матеріали VIII Міжнародної науково-технічної конференції “Новітні комп’ютерні технології”. – Київ–Севастополь. – 2010. – С. 184-185.
4. Денисенко О. І. Проблемно-орієнтована інформаційна технологія дисперсійної діагностики порошків і включень / О. І. Денисенко. – Новітні комп’ютерні технології: Матеріали X Міжнародної науково-технічної конференції: Севастополь, 11–14 вересня 2012 р. – К.: Мінрегіон України, 2012. – С. 30-32.
5. Теплицький І. О. Віртуальний фізичний лабораторний практикум як актуальна проблема сучасної дидактики / І. О. Теплицький, С. О. Семеріков. – Зб. наук. праць IV Всеукр. конф. “Теорія та методика навчання фундаментальних дисциплін у вищій школі”. – Т. 2. – 2004. – С. 414-421.

6. Дольська О. О. Трансформації раціональності в полі освіти: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра філософ. наук : спец. 09.00.10 „Філософія освіти” / О. О. Дольська. – Х., 2010. – 31 с.
7. Попков В. И. Роль аналогии в развитии физики / В. И. Попков. – ISSN 2587-9022. Актуальная наука. – 2017. – №1. – С. 6-12.
8. Денисенко О. І. Фізичне моделювання інжекції оксидних мікрочастинок в металокомпозитні структури / О. І. Денисенко, В. І. Цоцко. – Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць. Випуск IX. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2011. – С. 261-266.
9. Лисенко О. Б. Кінетика формування метастабільних кристалічних і аморфних фаз при загартуванні з розплаву та лазерному оплавленні поверхні: Автореф. дис... д-ра фіз.-мат. наук: 01.04.07 / О. Б. Лисенко. – Дніпропетр. нац. ун-т ім. О. Гончара. – Дніпропетровськ, 2009. – 42 с.
10. Башта О. В. Багатоосередкова пошкоджувальність конструкційних сплавів на основі алюмінію при циклічному навантаженні: Автореф. дис... канд. техн. наук: 05.02.09 / О. В. Башта. – Нац. техн. ун-т України "Київ. політехн. ін-т". – Київ, 2007. – 20 с.
11. Шатохін В. В. Закономірності зв'язку між довговічністю утримання алмазних зерен при циклічному навантаженні і фізико-механічними властивостями металевих зв'язок: Автореф. дис... канд. техн. наук: 05.02.01 / В. В. Шатохін. – Ін-т надтвердих матеріалів ім. В. М. Бакуля НАН України. – Київ, 2010. – 20 с.
12. Удод Т. Є. Конструктивний захист повітряних ліній електропередачі від галопування проводів: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / Т. Є. Удод. – Донбаська національна академія будівництва і архітектури. – Макіївка, 2008. – 19 с.
13. Денисенко А. И. Анализ проявления эффекта галопирования при инжекционном синтезе тонких ленточных электродов / А. И. Денисенко. – Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных трудов. – Выпуск 4(69). – Днепропетровск, 2010. – С. 3-10.

## REFERENCES

1. Denysenko O. I. Doslidzhennia inzhektiinoho syntezu kompozytnykh funktsionalnykh shariv tonkykh strichkovykh elektrodov / O. I. Denysenko // Materialy naukovo-praktychnoi konferentsii «Naukovi pidsumky 2012 r.» T. 3 Fundamentalni doslidzhennia. Matematyчне modeliuвання – prykladni aspekty. Kharkiv-2012. – Tekhnolohichniy audyt ta rezervy vyrobnytstva. – 6/3(8). – 2012. – S. 5-6.



2. Symonenko T. V. Rozvytok systemy informatsiino-bibliotechnoho zabezpechennia nauky / T. V. Symonenko. – Naukovo-tekhnichna informatsiia. – 2006. – № 3. – S. 52-56.

3. Denysenko O. I. Tvorchia diialnist studentiv na bazi prohramno-aparatnykh problemno-oriietovanykh doslidnytskykh kompleksiv / O. I. Denysenko. – Materialy VIII Mizhnarodnoi naukovo-tekhnichnoi konferentsii “Novitni kompiuterni tekhnolohii”. – Kyiv-Sevastopol. – 2010. – S. 184-185.

4. Denysenko O. I. Problemno-oriietovana informatsiina tekhnolohiia dyspersiinoi diahnostryky poroshkiv i vkluchen / O. I. Denysenko. – Novitni kompiuterni tekhnolohii: Materialy Kh Mizhnarodnoi naukovo-tekhnichnoi konferentsii : Sevastopol, 11–14 veresnia 2012 r. – K. : Minrehion Ukrainy, 2012. – S. 30-32.

5. Teplytskyi I. O. Virtualnyi fizychnyi laboratornyi praktykum yak aktualna problema suchasnoi dydaktyky / I. O. Teplytskyi, S. O. Semerikov. – Zb. nauk. prats IV Vseukr. konf. “Teoriia ta metodyka navchannia fundamentalnykh dystsyplin u vyshchii shkoli”. – T. 2. – 2004. – S. 414-421.

6. Dolska O. O. Transformatsii ratsionalnosti v poli osvity: avtoref. dys. na zdobuttia nauk. stupenia d-ra filosof. nauk : spets. 09.00.10 „Filosofiia osvity” / O. O. Dolska. – Kh., 2010. – 31 s.

7. Popkov V. I. Rol analogii v razvitii fiziki / V. I. Popkov. – ISSN 2587-9022. Aktualnaya nauka. – 2017. – #1. – S. 6-12.

8. Denysenko O. I. Fizychnie modeliuvannia inzhektzii oksydneykh mikrochastynok v metalokompozytni struktury / O. I. Denysenko, V. I. Tsotsko. – Teoriia ta metodyka navchannia matematyky, fizyky, informatyky: Zbirnyk naukovykh prats. Vypusk IKh. – Kryvyi Rih: Vydavnychy viddil NMetAU, 2011. – S. 261-266.

9. Lysenko O. B. Kinetyka formuvannia metastabilnykh krystalichnykh i amorfnykh faz pry zahartuvanni z rozplavu ta lazernomu oplavlenni poverkhni: Avtoref. dys... d-ra fiz.-mat. nauk: 01.04.07 / O. B. Lysenko. – Dnipropetr. nats. un-t im. O. Honchara. – Dnipropetrovsk, 2009. – 42 s.

10. Bashta O. V. Bahatooseredkova poshkodzhuvannist konstruktsiinykh splaviv na osnovi aliuminiiu pry tsyklichnomu navantazhenni: Avtoref. dys... kand. tekhn. nauk: 05.02.09 / O. V. Bashta. – Nats. tekhn. un-t Ukrainy "Kyiv. politekhn. in-t". – Kyiv, 2007. – 20 s.

11. Shatokhin V. V. Zakonomirnosti zviazku mizh dovhovichnistiu utrymannia almaznykh zeren pry tsyklichnomu navantazhenni i fizyko-mekhanichnymy

vlastyvostryamy metalevykh zviazok: Avtoref. dys... kand. tekhn. nauk: 05.02.01 / V. V. Shatokhin. – In-t nadtverdykh materialiv im. V. M. Bakulia NAN Ukrainy. – Kyiv, 2010. – 20 s.

12. Udod T. Ie. Konstruktyvnyi zakhyst povitrianykh linii elektroperedachi vid halopuvannia provodiv: Avtoref. dys....kand. tekhn. nauk: 05.23.01/T. Ie. Udod. – Donbaska natsionalna akademiia budivnytstva i arkhitektury. –Makiivka, 2008.–19 s.

13. Denisenko A. I. Analiz proyavleniya efekta galopirovaniya pri inzheksionnom sinteze tonkih lentochnykh elektrodov / A. I. Denisenko. – Sistemnyie tehnologii. Regionalnyi mezhvuzovskiy sbornik nauchnykh trudov. – Vyipusk 4(69). – Dnepropetrovsk, 2010. – S. 3-10.

УДК 621.9.06

Д.О. Дмитрієв, Г.В. Рудакова, С.А. Русанов, Д.Д. Федорчук

## **МОДЕЛЮВАННЯ І КЕРУВАННЯ ПРОСТОРОВИМИ СИСТЕМАМИ ПРИВОДІВ ДЛЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ЗАДАЧ У МАШИНОБУДУВАННІ**

*Анотація. Проведено аналіз плоских механізмів з замкнутими кінематичними ланцюгами із застосуванням процедури побудови планів векторів швидкостей. Виведено аналітичні залежності для шуканої швидкості вихідної ланки установки з просторовими системами приводів, показано області рішень з метою встановлення параметричних зв'язків кінематики з геометрією компоновання з направляючими, які перетинаються в просторі. Ґрунтуючись на отриманих виразах, розроблене програмне забезпечення TAngle для визначення швидкостей вихідної ланки.*

*Ключові слова: моделювання, TAngle, просторова система приводів, багатокоординатні механізми, аналіз динаміки, спеціалізоване програмне забезпечення.*

### **Вступ**

Просторові системи приводів з паралельними кінематичними структурами є основою для сучасного технологічного обладнання. Побудова такого обладнання дозволяє якісно змінити уявлення про верстат і його кінематичну структуру, дозволяючи створювати верстати-роботи з більш широкими кінематичними, динамічними і технологічними можливостями [1, 2].

Просторові системи приводів найбільш ефективні для вирішення екстремальних задач маніпулювання об'єктами машинобудування (робота в обмежених об'ємах, механізації важких робіт, пакування токсичних матеріалів та ін.).

### **Аналіз останніх досліджень і публікацій**

Дослідження, насамперед, базується на методах побудови планів основних кінематичних параметрів та надає можливість визначати по-

трібні конструктивні і швидкісні параметри приводів на стадії проектування в ракурсі рішення прямої задачі кінематики [3].

Грунтуючись на розв'язанні прямої задачі кінематики, можна дати оцінку граничним можливостям переміщення площини з робочим органом. Для аналізу динаміки (можливих швидкостей переміщення елементів каркасної установки), доцільно застосовувати графоаналітичний метод [2].

Приклади побудови планів швидкостей ланок механізмів паралельної структури (МПС) і визначення вектору швидкості вихідної ланки  $\vec{V}_k$  для різних випадків співвідношення та напрямку  $\vec{V}_A$  і  $\vec{V}_B$  розглянуто в роботі [4]. Такі МПС з двома координатами стали традиційними у виробництві маніпуляторів та 3D-принтерів з паралельними напрямними, замкненим кінематичним ланцюгом і приводними каретками A і B [1, 3].

Побудова планів імовірних швидкостей має відповідати векторним рівнянням:

$$\begin{aligned} \vec{V}_K &= \vec{V}_B + \vec{V}_{BK}; \vec{V}_K = \vec{V}_A + \vec{V}_{AK}; \vec{V}_A + \vec{V}_{AK} = \vec{V}_B + \vec{V}_{BK}; \\ \vec{V}_A &\parallel \alpha - \alpha; \vec{V}_{AK} \perp l_{AK}; \vec{V}_B \parallel \beta - \beta; \vec{V}_{BK} \perp l_{BK}. \end{aligned} \quad (1)$$

Пряму задачу кінематики з відповідними векторами  $\vec{V}_A$  і  $\vec{V}_B$  можна вирішити у наступній послідовності:

$$\begin{aligned} &1) \vec{V}_A \rightarrow \vec{V}_{AK}; 2) \vec{V}_B \rightarrow \vec{V}_{BK}; \\ &3) \vec{V}_{AK} \cup \vec{V}_{BK}; 4) p \rightarrow \vec{V}_{AK} \cup \vec{V}_{BK} = \vec{V}_K. \end{aligned} \quad (2)$$

При розв'язуванні зворотної задачі кінематики шуканими параметрами є  $\vec{V}_A$  і  $\vec{V}_B$ , а заданими  $\vec{V}_K$ , а побудова здійснюється за алгоритмом у зворотній послідовності.

### Постановка завдання

Метою досліджень є визначення розрахункових процедур і засобів забезпечення законів переміщення ланок та стратегії керування для відтворення складних рухів багатокоординатних механізмів з приводами просторової конструкції шляхом комп'ютерного моделювання.

## Основна частина

Можливі декілька варіантів комбінацій векторів  $\vec{V}_A$  і  $\vec{V}_B$  та їх співвідношень за модулем (рис. 1). В промислових умовах інженер повинен мати увесь діапазон рішень без втрат часу на відтворення планів швидкостей графічно. Зв'язок параметру кута нахилу штанг  $\delta_1$  і  $\delta_2$  із швидкістю встановлюється як (рис. 1, а):

1. Випадок  $\vec{V}_A \downarrow \vec{V}_B$  (див. рис. 1, б):

$$V_{AK} = \frac{\sin(90^\circ - \delta_2) \cdot (V_A - V_B)}{\sin(90^\circ - \delta_1) \cdot \cos(90^\circ - \delta_2) + \cos(90^\circ - \delta_1) \cdot \sin(90^\circ - \delta_2)},$$

$$V_{BK} = \frac{\sin(90^\circ - \delta_1) \cdot (V_A - V_B)}{\sin(90^\circ - \delta_1) \cdot \cos(90^\circ - \delta_2) + \cos(90^\circ - \delta_1) \cdot \sin(90^\circ - \delta_2)}.$$
(3)

2. Випадок  $\vec{V}_A \downarrow \uparrow \vec{V}_B$  (див. рис. 1, в):

$$V_{AK} = \frac{\sin(90^\circ - \delta_2) \cdot (V_A + V_B)}{\sin(90^\circ - \delta_1) \cdot \cos(90^\circ - \delta_2) + \cos(90^\circ - \delta_1) \cdot \sin(90^\circ - \delta_2)},$$

$$V_{BK} = \frac{\sin(90^\circ - \delta_1) \cdot (V_A + V_B)}{\sin(90^\circ - \delta_1) \cdot \cos(90^\circ - \delta_2) + \cos(90^\circ - \delta_1) \cdot \sin(90^\circ - \delta_2)}.$$
(4)

Розрахункову схему для визначення швидкості переміщення робочого органу  $\vec{V}_K$  показано на рис. 1.

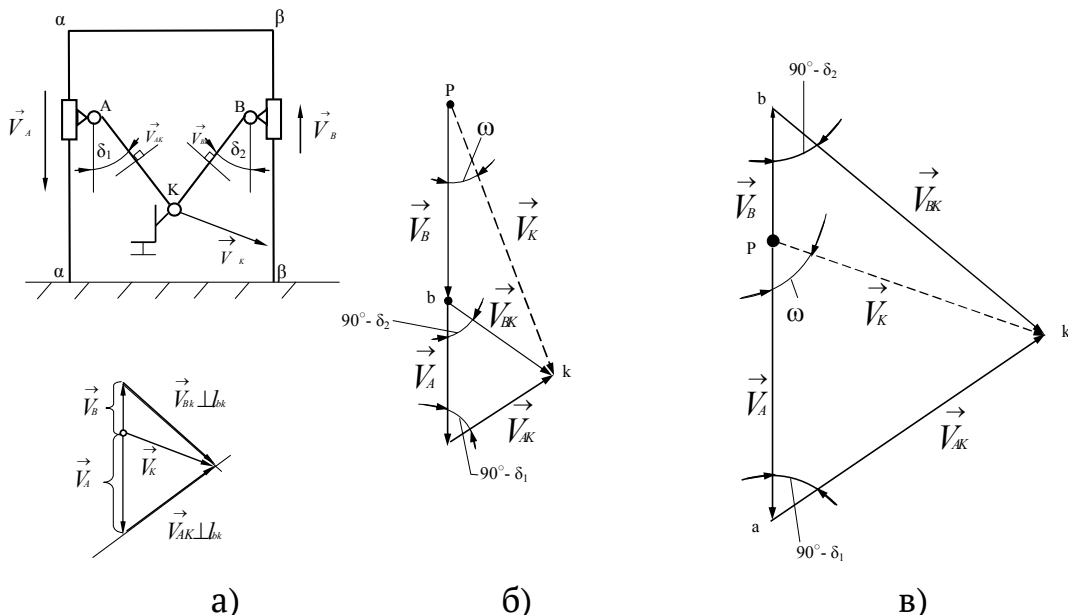


Рисунок 1 – Розрахункова схема (а) для визначення швидкості  $V_K$  вихідної ланки (робочого органу) б) – для випадку  $\vec{V}_A \downarrow \vec{V}_B$ , в) – для випадку  $\vec{V}_A \downarrow \uparrow \vec{V}_B$

Швидкість точки  $K$  вихідної ланки встановлюється як

$$V_K = \sqrt{\left( V_B \frac{\cos(\delta_1)(V_A - V_B) \cdot \sin(\delta_2)}{\cos(\delta_1)\sin(\delta_2) + \sin(\delta_1)\cos(\delta_2)} \right)^2 + \frac{\cos(\delta_1)^2 (V_A - V_B)^2 \cdot \sin(\delta_2)^2}{\cos(\delta_1)\sin(\delta_2) + \sin(\delta_1)\cos(\delta_2)}} \quad (5)$$

Кут вектору  $\vec{V}_K$  з вертикальною віссю згідно рис. 3 визначається як

$$\omega = \arcsin\left( \frac{\cos(\delta_2)(V_A - V_B) \cdot \cos(\delta_1)}{(\cos(\delta_1)\sin(\delta_2) + \sin(\delta_1)\cos(\delta_2)) \cdot V_A} \right). \quad (6)$$

При конструюванні обладнання з МПС застосовуються установки з непаралельними прямими, які з'єднані під різними кутами  $\theta$ . Також згідно з векторних рівнянь, застосовують метод побудови планів швидкостей ланок. Результати обчислень областей рішень швидкості  $V_K$  та кута нахилу векторів за рівнянням (5) при значенні векторів швидкостей в діапазоні відхилень  $\vec{V}_A - \vec{V}_B \in \{0, 20, 40, 60\}$  мм, наведено на рис. 2.

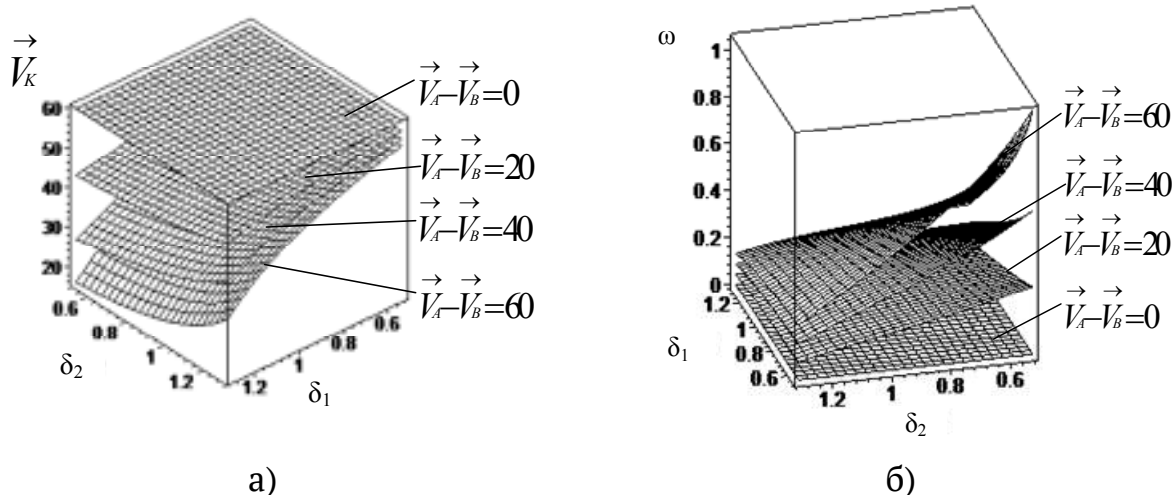


Рисунок 2 – Область обчислених рішень для значень:  
а) швидкості  $V_K$ ; б) кута  $\omega$  нахилу вектора швидкості  $V_K$

На рис. 3 наведено плани для визначення швидкостей графоаналітичним методом для непаралельних напрямних просторових приводів.

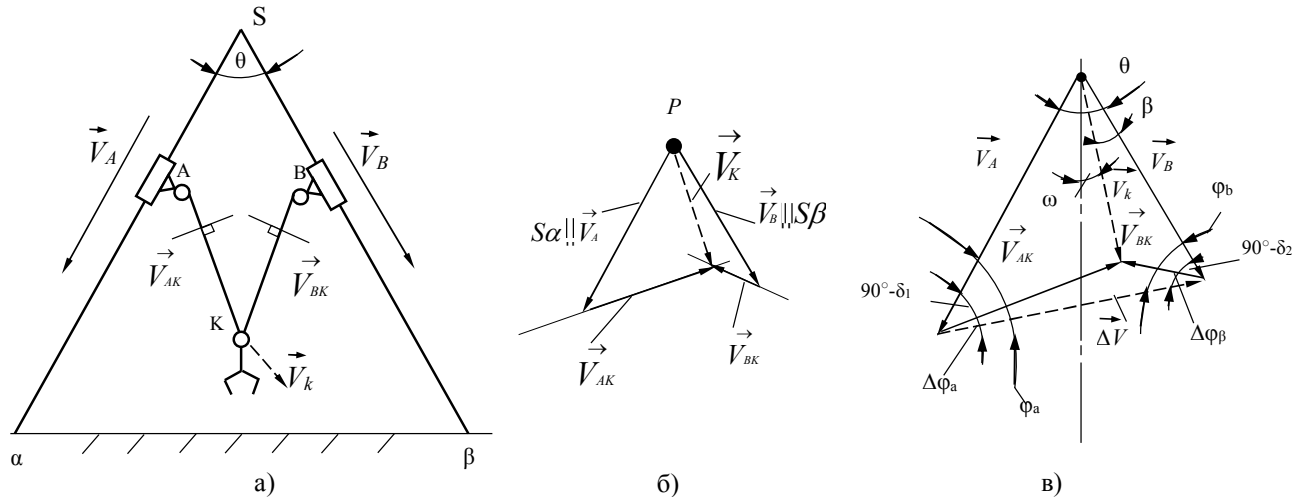


Рисунок 3 – Приклад застосування графоаналітичного методу планів для визначення швидкостей: а) кінематична схема механізму; б) план швидкостей; в) розрахункова схема для визначення швидкості  $V_K$

Швидкість  $\vec{V}_K$  вихідної ланки для схеми на рис. 3 плоского двокоординатного МПС і кут  $\omega$  вектора швидкості з вертикальною віссю з напрямними з нахилом під кутом  $\theta$  при вершині визначається як

$$V_K = \sqrt{V_A^2 + V_{AK}^2 - 2V_A \cdot V_{AK} \cdot \cos(90 - \delta_1)}, \quad (7)$$

$$\omega = \frac{\theta}{2} - \beta, \quad \beta = \arcsin\left(\frac{V_B}{V_K} \sin(90 - \delta_2)\right) + \delta_2 - 90. \quad (8)$$

Розрахунок за рівняннями (7) і (8) для кута  $\theta=30^\circ$  при вершині МПС та значенні  $\vec{V}_B=20$  мм/с в діапазонах  $\delta_1$  і  $\delta_2$  і  $\vec{V}_A=0, 20, 40, 60$  мм/с наведено на рис. 4.

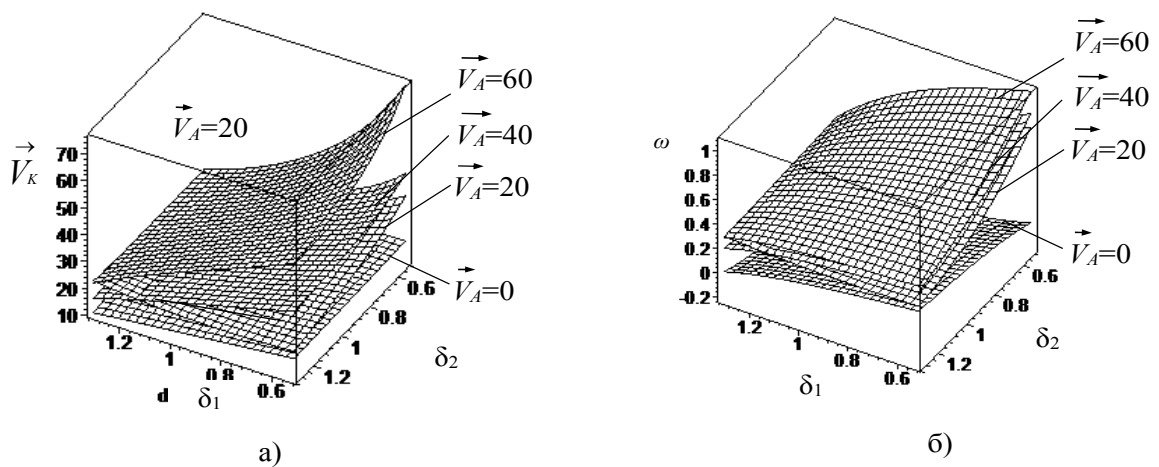


Рисунок 4 – Приклад застосування графоаналітичного методу планів: а) при визначенні швидкостей, б) при визначенні кутів

На основі отриманих виразів та залежностей було розроблено спеціалізоване програмне забезпечення TAngle (рис. 5), яке дозволяє здійснювати аналіз кінематичних параметрів каркасної установки з МПС, що проектується [5].

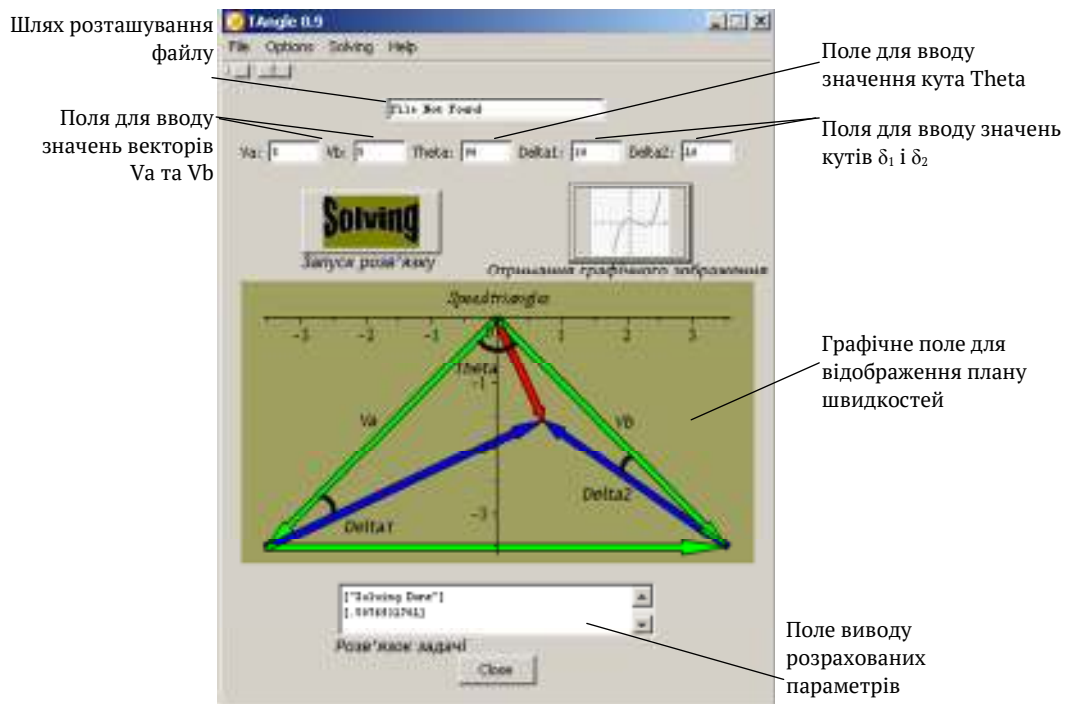


Рисунок 5 – Зовнішній вигляд робочого вікна програми TAngle [6]

Дана програма розв'язує пряму задачу кінематики, де задаються параметри векторів  $V_A$  і  $V_B$ , а також значення кутів  $\delta_1$  і  $\delta_2$ . TAngle графічно відтворює план зв'язку швидкостей та кутів нахилу штанг установки з МПС, та показує, положення робочого органу при заданих параметрах.

### Висновки

Розглянуто розв'язок зворотної і прямої задач кінематики для забезпечення швидкості та управління складним рухом шарнірно-стрижневих механізмів. Створено моделі і алгоритми, які в поєднанні з апаратно-технічним забезпеченням керування просторовою шарнірно-стрижневою механічною системою, наприкладі, автоматизованого пристрою технологічного призначення, дозволяють виконувати проектування компоновочних схем просторової системи приводів для відповідних задач маніпулювання об'єктами у просторі та швидко перебудувати або переналагодити елементи системи.



### ЛІТЕРАТУРА

1. Кузнецов Ю.М. Компоновки верстатів з механізмами паралельної структури: Монографія / Ю.М. Кузнецов, Д.О. Дмитрієв, Г.Ю. Діневич; під ред. Ю.М. Кузнецова. – Херсон: ПП Вишемирський В.С., 2009. – 456 с.
2. Струтинський С.В. Експериментальне визначення динамічних характеристик та побудова на їх основі математичної моделі просторової системи приводів / С.В. Струтинський, А.А. Гуржій // Технологічні комплекси», № 1(7), 2013. – С. 10-18.
3. Дмитрієв Д.О. Застосування графоаналітичного методу для аналізу кінематики механізмів паралельної структури і викладання дисципліни теорія механізмів і машин / Д.О. Дмитрієв, С.А. Русанов, О.О. Сафьяник // Матеріали міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні технології промислового комплексу», випуск 3. – Херсон: ХНТУ, 2017. – С. 67-71
4. Омельчук А.А. Математичне і програмно-апаратне забезпечення тренажерної установки з просторовими приводами руху / А.А. Омельчук, О.О. Сафьяник, І.С. Березкін, П.М. Павлов//Системні технології. – 2018. – Вип. 3. – С. 64-71.
5. Рудакова Г.В. Розробка спеціалізованого програмного забезпечення для проектування каркасних установок з механізмами паралельної структури / Г.В. Рудакова, С.А. Русанов, С.В. Ревенко // Вісник Херсонського національного технічного університету. Вип. 4(63). – Херсон: ХНТУ, 2017. – С. 38-43.
6. Русанов С.А., Дмитрієв Д.О., Омельчук А.А. Комп'ютерна програма «TAngle» - Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір №76042 від 19.01.2018.

### REFERENCES

1. Strutynskiy C.V. Eksperymentalne vyznachennia dynamichnykh kharakterystyk ta pobudova na yikh osnovi matematychnoi modeli prostоровoi systemy pryvodiv / C.V. Strutynskiy, A.A. Hurzhii // Tekhnolohichni kompleksi», № 1(7), 2013.-P.10-18.
2. Kuznietsov Yu.M. Komponovky verstativ z mekhanizmany paralelnoi struktury: Monohrafiia / Yu.M. Kuznietsov, D.O. Dmytriiev, H.Iu. Dinevych; pid red. Yu.M. Kuznietsova. – Kherson: PP Vyshemyrskiy V.S., 2009. – 456 p.
3. Dmytriiev D.O. Zastosuvannia hrafoanalitichnoho metodu dlia analizu kinematyky mekhanizmiv paralelnoi struktury i vykladannia dystsypliny teoriia mekhanizmiv i mashyn / D.O. Dmytriiev, S.A. Rusanov, O.O. Safianyk // Materialy mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii «Suchasni tekhnolohii promyslovoho kompleksu», №3. – Kherson: KhNTU, 2017. – P. 67-71.

4. Omelchuk A.A. Matematychnе i prohramno-aparatne zabezpechennia trenazhernoї ustanovky z prostоровymy pryvodamy rukhu / A.A. Omelchuk, O.O. Safianyk, I.S. Berezkin, P.M. Pavlov // Systemni tekhnolohii. - 2018. - №3. - P. 64-71.

5. Rudakova H.V. Rozrobka spetsializovanoho prohramnoho zabezpechennia dlia proektuvannia karkasnykh ustanovok z mekhanizmamy paralelnoi struktury / H.V. Rudakova, S.A. Rusanov, S.V. Revenko // Visnyk Khersonskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu. №4(63). – Kherson: KhNTU, 2017. - P. 38-43.

6. Rusanov S.A., Dmytriiev D.O., Omelchuk A.A. Kompiuterna prohrama «Tangle» - Svidotstvo pro reiestratsiiu avtorskoho prava na tvir №76042 vid 19.01.2018.

**BUCK CONVERTER SIMULATION AND MEASUREMENT**

*Abstract. For thermal evaporation of metal in vacuum, was needed adjustable power source capable of delivering a sufficiently high current (usually 25-50 A) and a low voltage of 1-5 Volts. This source is needed to heat the boiling type evaporator of molybdenum or titanium, resistance of which can be from 0.05 - 0.5 Ohm.*

*To conduct research in the field of creating functional coatings, mentioned in [3,4], was required a mathematics model of buck converter. Without correct model is practically impossible to build adjustable power source for thermal evaporation of metal in vacuum.*

*Keywords: step down DC/DC converter, buck, vacuum evaporation.*

**Introduction**

Buck (or “step-down”) converter is one of the most usable approaches to get controlled power source with lesser voltage and higher current, then original power source. Modern components allow as to achieve outstanding power conversion coefficient and minimal mass and size in comparison with classic low frequency transformer-based approach. Nevertheless, this converter has less obvious characteristics, especially in situations, where large output voltage range, precision output or fast reaction is required. Some of these requirements can be fulfilled by correctly designed feedback, but, in turn, this design requires adequate model of the converter itself.

One of the possible simplified schematic realization is shown in the fig. 1, where:  $V_{cc}$  – external voltage source,  $V_2$  – output voltage,  $R_h$  – load,  $L$  – inductive element, which have essential role in conversion,  $C_2$  – output capacitor. Input capacitors  $C_1$  is often not the separated element of the schematics. It can be represented by inner capacitance of the diode, and/or as a part of the snubber branch. Without it a correct modeling is practically impos-

sible, as if the both switches of half-bridge is closed, it is no way to determine  $V_1$  – voltage on left inductor foot.

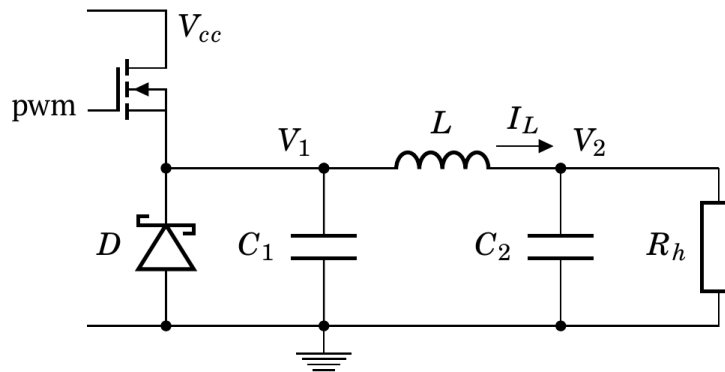


Figure 1 –Buck converter schematics with Schottky diode in bottom part

Half-bridge part, which conducts switching discipline for the inductive element  $L$ , requires two switches. Upper part may be represented by MOSFET (as shown in figure), BJT or IGBT transistors. This part is controlled by the PWM signal source. Lower part may be represented as by other transistor, with own control signal, or by passive switching element, like Schottky diode. Schematics with two transistors can give as higher conversion coefficient, but require more complex control, especially if wide output range is required. Large voltage drop on Schottky diode leads to smaller power conversion coefficient, but requires no additional control, and schematic with it can operate in different modes.

Input PWM frequency  $f_{pwm}$  defines full control period  $T_0$ , whereas time  $T_1$ , where upper switch is open, defines duty cycle  $\gamma$ :

$$T_0 = \frac{1}{f_{pwm}}, \quad \gamma = \frac{T_1}{T_0}, \quad \gamma \in [0, 1). \quad (1)$$

### Main part

#### Buck converter common model

For the first approximation, we assume, that most of the element is ideal, i.e.  $V_{cc} = \text{const}$ ,  $L = \text{const}$ , MOSFET in closed state characterized by infinite resistance, in open state is equivalent of small ordinary resistor, and switching is instantaneous. In such assumptions the model dynamics is defined by the next equations system:

$$\begin{cases} C_1 \dot{V}_1 = \frac{\text{pwm}(t)(V_{cc} - V_1)}{R_{ch}} + I_d(V_1) - I_L, \\ L \dot{I}_L = V_2 - V_1, \\ C_2 \dot{V}_2 = I_L - \frac{V_2}{R_h}, \\ I_d(V) = I_s \left( \exp\left(\frac{V}{N_d V_t}\right) - 1 \right). \end{cases} \quad (2)$$

where  $\text{pwm}(t)$  – PWM signal (0 or 1),  $R_{ch}$  – net resistance of the charging branch, composed from MOSFET channel resistance in open state, serial resistance of capacitors in power source and so on,  $I_d(V_1)$  – current via Schottky diode,  $R_h$  – load (heater) resistance (counting wires resistance),  $I_s$ ,  $N_d$ ,  $V_t$  – Schottky diode parameters. Other values are denoted in the fig. 1.

In spite of simplicity, numerical solutions of this system in real conditions have some difficulties. First of all, an extremely different time scale coexists in this context. The typical value of  $R_{ch}$  constitutes  $10\text{m}\Omega$ ., and  $C_1 \approx 10^{-10}\text{F} \dots 10^{-8}\text{F}$ . Consequently, the required time step in numerical calculation can be as less as  $10^{-12}\text{s}$ . On the other side, the values of  $C_2$  is often much greater, and required full simulation time can reach  $10^{-2} \dots 10^2\text{s}$ . This lead to really huge number of the simulation steps, and waste amount of memory, if we need full process history. Nevertheless, to determine possible methods of diminishing amount of calculations, a series of the numerical simulations of some typical cases was conducted.

The values of the schematic components was selected with respect to real equipment, that was used in vacuum thermal evaporation process. So, we assume, that  $V_{cc} = 12\text{V}$ ,  $f_{\text{pwm}} = 100\text{kHz}$ ,  $C_1 = 10\text{nF}$ ,  $C_2 = 6600\mu\text{F}$ ,  $L = 1\text{e-}5\text{H}$ ,  $I_s = 2.42 \cdot 10^{-5}\text{A}$ ,  $N_d = 1.78$ ,  $\gamma \in [0.02; 0.7]$ ,  $R_h \in [0.1; 10]\Omega$ .

Using these parameters, it is possible to compose a pack of dimensionless values. The most valuable of them is based on the relations of the time-based expressions to PWM period  $T_0$ . So, we define:

$$\beta_{LRh} = \frac{L}{R_h T_0}, \beta_{C1Rch} = \frac{C_1 R_{ch}}{T_0}, \beta_{C2Rh} = \frac{C_2 R_h}{T_0}, \beta_{C1L} = \frac{\sqrt{C_1 L}}{T_0}, \beta_{C2L} = \frac{\sqrt{C_2 L}}{T_0}. \quad (3)$$

In the conditions, described above, we receive:

$$\beta_{LRh} \in [0.1 \dots 10], \beta_{C1Rch} = 10^{-5}, \beta_{C2Rh} \in [66 \dots 6.6 \cdot 10^3], \beta_{C1L} \approx 3.16 \cdot 10^{-2}, \beta_{C2L} \approx 26.$$

Extremely low value of  $\beta_{C1Rch}$  emphasises fact, that processes of  $C_1$  charging and discharging may be neglected in simulation. In this condition, a correct  $V_1(t)$  definition must be provided. The values of  $\beta_{C1L}$ ,  $\beta_{C2L}$  have no visible representation in this schematics, as oscillations is not a intended operation mode.

Using the give  $R_h$  range, we receive values of  $\beta_{LRh}$  and  $\beta_{C2Rh}$  both greater and less then 1. This means, that we have different operation modes. Really, the proper value of  $R_h$ , which can give us reasonable power, is much more strict:  $R_h \in [0.1; 0.5] \Omega$ . So in the case of  $R_h = 0.5 \Omega$  we get  $\beta_{LRh} = 2$  (this means, that that inductive process on  $L - R_h$  branch have the same order with  $T_0$ , but still some slower). And  $\beta_{C2Rh} = 3.3 \cdot 10^2$ , which we really can ignore  $V_2(t)$  changes during one PWM cycle.

In the fig. 2 the simulation results with given set of parameters  $\gamma = 0.1$ ,  $R_h = 0.5 \Omega$ ,  $V_2(0) = V_{20} = 0 \text{ V}$ ,  $I_L(0) = I_{L0} = 0$  are presented.

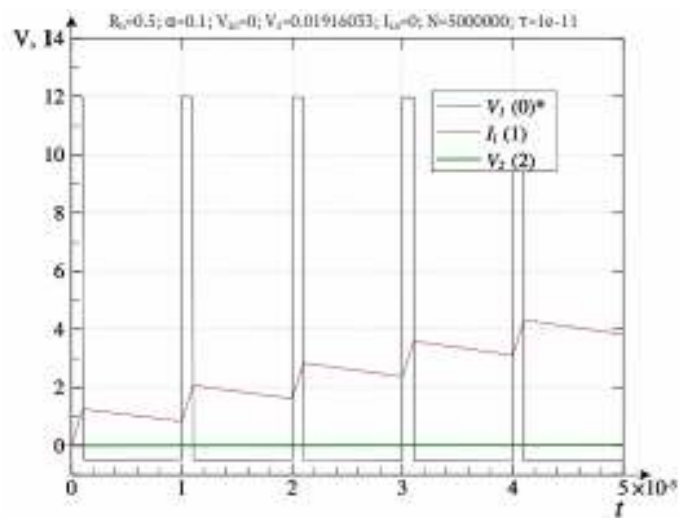


Figure 2 – Buck converter simulation:  $\gamma = 0.1$ ,  $R_h = 0.5 \Omega$ ,  $V_{20} = 0 \text{ V}$ ,  $I_L(0) = I_{L0} = 0$

To receive this result, it was required 5000000 simulation steps,  $1 \cdot 10^{-11} \text{ s}$  ( $\tau$ ) each. If time step was increased to  $10^{-10} \text{ s}$ , simulation process became unstable, and infinite result was detected. Nevertheless, the results plot is simple, without complex behaviour. The only value, which shows fast changes, is  $V_1(t)$  – sharp square plot appears a well-known charging curve only at the time scale near to  $10^{-9} \text{ s}$ . The state is far from stable condition, as  $I_L(t)$

increases after each PWM period. The  $V_2$  value is increases too, but, due to large  $\beta_{C_2 R_h}$  value, this change can be neglected during one PWM period ( $T_0$ ). So, in this condition, each PWM period can be divided into two parts. On each part both  $I_L(t)$  and  $V_2(t)$  dependencies are near to linear. The  $V_1(t)$  dependency in the visible time scale have 2 values: near  $V_{cc}$  if  $\text{pwm}(t)=1$ , and  $V_{dn} \approx -0.48\text{V}$  (Schottky diode open voltage) otherwise. These facts may significantly decrease model complexity, and, consequently, amount of the required computational resources.

In the fig. 3 the simulation results with similar set of parameters  $\gamma = 0.1$ ,  $R_h = 0.5\Omega$ ,  $V_{20} = 0.79\text{V}$ ,  $I_{L0} = 1.07\text{A}$  are presented. The main difference with previous figure is that an initial condition was selected to provide quasi-stationary behaviour. But the main result is the same: each PWM period can be divided into two simple parts.

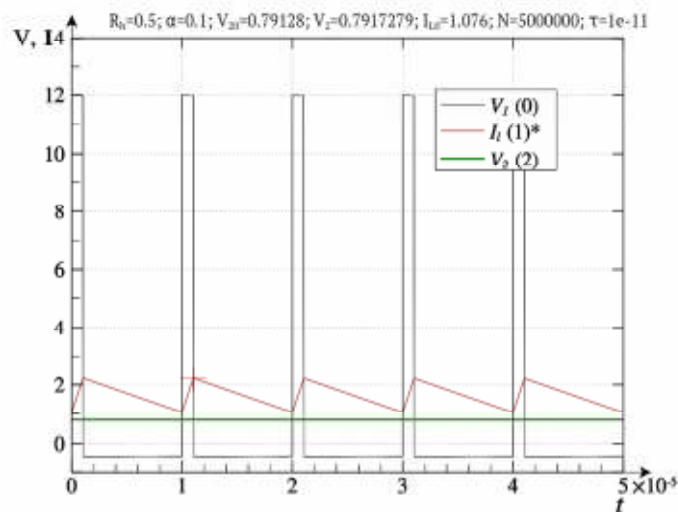


Figure 3 –Buck converter simulation:  $\gamma = 0.1$ ,  $R_h = 0.5\Omega$ ,  $V_{20} = 0.79\text{V}$ ,  $I_{L0} = 1.07\text{A}$

The fig. 4 shows some different result. The initial conditions was selected to be near to stationary too ( $\gamma = 0.1$ ,  $R_h = 5\Omega$ ,  $V_2(t) = V_{20} = 1.32\text{V}$ ), but model demonstrates more complex behaviour. First of all, there is at least 3 parts in every PWM period. First and second show similar behaviour with previous cases, but the magnetic flux in inductor is not strong enough to support continuous current. This mode is known as "discontinuous conduction mode" (DCM). Moreover, in this part of period we can observe  $V_1(t)$  and  $I_L(t)$  oscilla-

tions, but in real schematics it can be suppressed by snubber and other approaches.

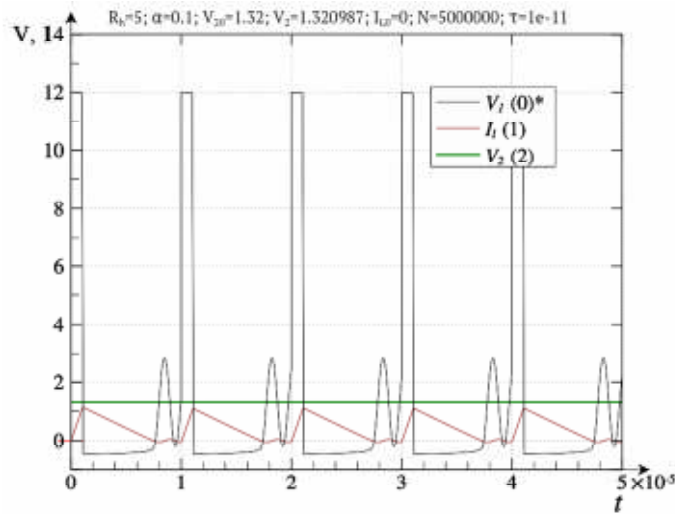


Figure 4 – Buck converter simulation:  $\gamma = 0.1$ ,  $R_h = 5\Omega$ ,  $V_{20} = 1.32V$

This division in 3 parts is not observed, if active element is used in bottom part of half-bridge. But in this case we may receive alternative current in inductor, which is not a desirable mode for most purposes.

### Buck converter simplified model

As it was previously mentioned, if  $\beta_{C1Rch} \ll 1$ , and other dimensionless values not, the equation (\ref{atu:eq:buck\_dyn1}) may be simplified. In this case  $V_1(t)$  must be given. To define this values, we can use the fact, that in used conditions there is 3 characteristic values: near the  $V_{cc}$ , if  $\text{pwm}(t) > 0$ ,  $V_{dn}$  or zero otherwise. So, the equations system becomes:

$$\begin{cases} L\dot{I}_L = V_2 - V_1(t), \\ C_2\dot{V}_2 = I_L - \frac{V_2}{R_h}, \\ V_1(t) = \begin{cases} V_{cc} - R_{ch}I_L, & \text{pwm}(t) > 0, \\ V_{dn}, & \text{pwm}(t) = 0, I_L > 0, \\ 0, & \text{pwm}(t) = 0, I_L = 0 \end{cases} \end{cases}.$$

(4)

This model required additional schematic limitation:  $I_L(t) \geq 0$ .



The simulations results in the conditions, equal to the first simulation (fig 2), is shown in the fig. 5.

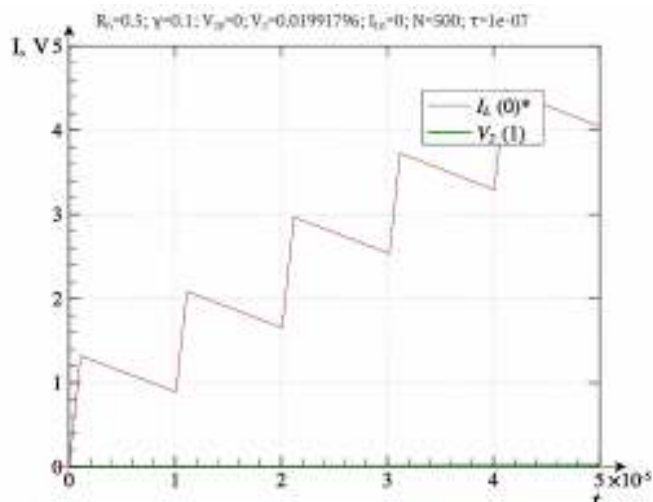


Figure 5 – Buck converter simplified simulation:  $\gamma = 0.1$ ,  $R_h = 0.5\Omega$ ,  $V_{20} = 0V$ ,  
 $I_L(0) = I_{L0} = 0$

The simulation results is quite near and other simulations shows similar results. The prominent difference is the  $\tau$  value: the first model requires minimal values about  $10^{-11}$ , whereas simplified model requires  $10^{-7}$ , so calculation is 1000 times faster, and requires less memory to store results.

Using this model, the  $V_2(R_h, \gamma)$  dependencies was received in the case of fixed this and other similar values.

In the figure 6 the final simulations results are presented as  $V_2(R_h)$  dependency for fixed  $\gamma$ .

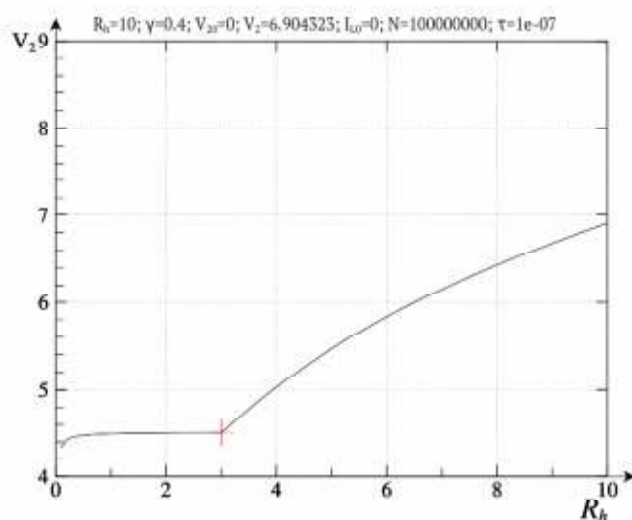


Figure 6 –  $V_2(R_h)$  dependency for  $\gamma = 0.4$

The plot is divided into 3 parts: central part corresponds to continuous mode, where output voltage is practically independent from load, left part demonstrates voltage drop under high load, and right part corresponds to discontinuous mode.

In the figure 7 simulations results are presented as  $V_2(R_h, \gamma)$  dependency.

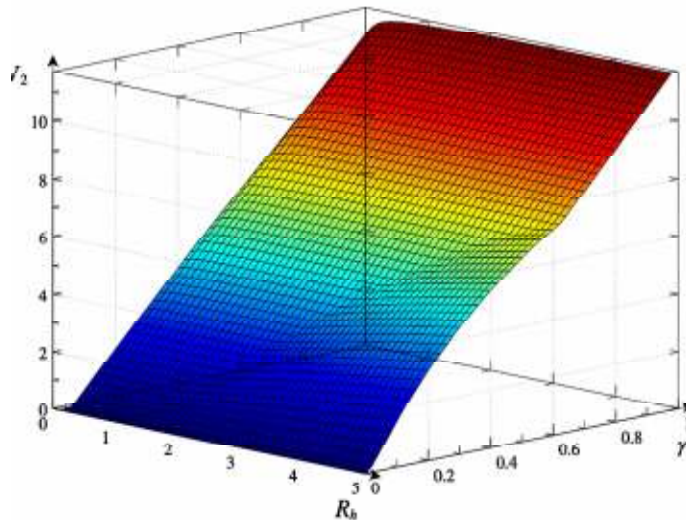


Figure 7 –  $V_2(R_h, \gamma)$  dependency

The results show, that to achieve near to linear dependency  $V_2(\gamma)$ , the continuous mode must be used. If  $R_h$  range is not too large, then in near to steady conditions this may be fulfilled by correct choice of the  $L$ ,  $f_{pwm}$  values. Discontinuous can not be avoided, if  $\gamma$  changes rapidly, but this state is transient.

In the continuous mode effective output resistance is given as  $R_s = R_{ch}\gamma$ , so at low  $\gamma$  this power source can drive low-resistance load without essential voltage drop.

### Quasi-steady state

Previous simulations show, that in typical conditions there are 3 different time scales for the processes in buck converter. The first –  $C_1$  charging and discharging, characterized by time scales  $10^{-11} \dots 10^{-9}$  s. Next scale –  $10^{-6} \dots 10^{-4}$  s, which is corresponding to  $f_{pwm}$  and fast current changes in inductor. The third scale –  $10^{-3} \dots 10^2$  s corresponds to  $C_2$  charging and discharging processes. In

this scale changes is conditioned by the changes of the load resistance, PWM parameters, or initial conditions. If these values are fixed at constant level, we assume, converter is in the quasi-steady state, as changes are occurring in first and second time scale levels. For the simplicity, we will denote this situation as simple "steady state", counting for limitations.

In this steady state:

$$\dot{V}_2 \approx 0, I_L(t) = I_L(t + n \cdot T_0). \quad (5)$$

Let  $V_{cc} \gg |V_{dn}|$ ,  $V_{dn} \approx -0.48V$ . As for zero approximation, we assume, that  $I_L R_{ch} \ll V_{cc}$ .

The schematic pictures for one PWM cycle is represented in fig 8, continuous (a) and discontinuous (d) mode accordingly.

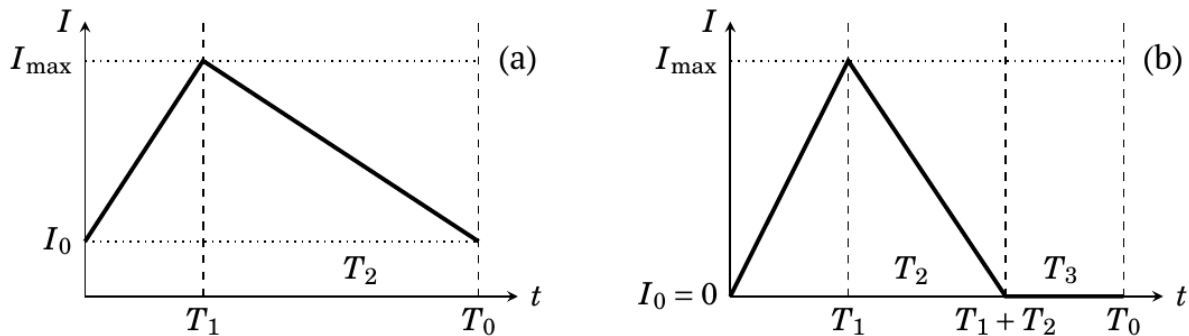


Figure 8 – Simplified dependencies  $I_L(t)$  for continuous (a) and discontinuous (b) modes

In continuous mode  $T_0 = T_1 + T_2$ ,  $I_0 \geq 0$ .

$$I_{\max} = I_0 + \frac{T_1}{L}(V_{cc} - V_2) = I_0 + \frac{T_2}{L}(V_2 - V_{dn}). \quad (6)$$

$$V_2 = V_{cc} \frac{T_1}{T_0} + V_{dn} \left(1 - \frac{T_1}{T_0}\right) = V_{cc}\gamma + V_{dn}(1 - \gamma). \quad (7)$$

The equation~(\ref{atu:eq:buck\_V\_2}) is often simplified as

$$V_2 \approx V_{cc}\gamma,$$

but for low  $\gamma$  values this will lead to essential errors. On the other side, equation~(\ref{atu:eq:buck\_V\_2}) gives wrong ( $< 0$ ) results low  $\gamma$  values, but in this case CCM condition is not fulfilled.

As we can see, the values of  $I_0$ ,  $R_h$  are not appears in this calculation, so balance point is independent of load in this case. But there still exist limitation:  $I_0 \geq 0$ . Therefore, we can determine  $I_0$ , using the charge balance:

$$q_{in} = T_0 I_0 + \frac{T_0 T_1}{2L} (V_{cc} - V_2) \approx T_0 I_0 + \frac{T_0^2 \gamma V_{cc}}{2L} (1 - \gamma), \quad (8)$$

$$q_{out} = T_0 \frac{V_2}{R_h} \approx \frac{T_0 V_{cc} \gamma}{R_h}. \quad (9)$$

$$I_0 = \frac{V_{cc} \gamma}{R_h} - \frac{T_0 \gamma V_{cc}}{2L} (1 - \gamma) = V_{cc} \gamma \left( \frac{1}{R_h} - \frac{T_0 (1 - \gamma)}{2L} \right) = \frac{V_{cc} \gamma}{R_h} \left( 1 - \frac{T_0 R_h (1 - \gamma)}{2L} \right). \quad (10)$$

The condition for continuous mode becomes:

$$\frac{T_0 R_h (1 - \gamma)}{2L} \leq 1, \quad \text{or} \quad \gamma \geq 1 - \frac{2L}{T_0 R_h} = \gamma_{crit}. \quad (11)$$

In discontinuous mode condition  $I_L(0) = I_L(T_0) = 0$  fulfilled automatically, so it is impossible to determine  $V_2$  from this equation.

$$\frac{T_0 \gamma V_{cc}}{2L} (1 - \gamma), \quad (12)$$

$$I_{max} = \frac{T_1}{L} (V_{cc} - V_2) = \frac{T_2}{L} V_2, \quad (13)$$

$$q_{in} = \frac{T_1^2}{2L} (V_{cc} - V_2) + \frac{T_2^2}{2L} V_2. \quad (14)$$

$$q_{out} = \frac{T_0 V_2}{R_h}. \quad (15)$$

Solving simultaneously:

$$\begin{cases} T_1 V_{cc} - T_1 V_2 - T_2 V_2 = 0, \\ T_1^2 V_{cc} - T_1^2 V_2 + T_2^2 V_2 = 2 T_0 L V_2 / R_h, \end{cases} \quad (16)$$

we receive:

$$T_2 = -\frac{\sqrt{T_1^2 R_h^2 T_1^2 + 8 L R_h T_0 + R_h T_1}}{2 R_h}, \quad V_2 = -\frac{T_1 \sqrt{T_1^2 R_h^2 T_1^2 + 8 L R_h T_0 V_{cc} + R_h T_1^2 V_{cc}}}{4 L T_0}, \quad (17)$$

$$T_2 = \frac{\sqrt{T_1^2 R_h^2 T_1^2 + 8 L R_h T_0 - R_h T_1}}{2 R_h}, \quad V_2 = \frac{T_1 \sqrt{T_1^2 R_h^2 T_1^2 + 8 L R_h T_0 V_{cc} - R_h T_1^2 V_{cc}}}{4 L T_0}$$

$$T_2 = -\frac{T_1}{2} + \frac{1}{2 R_h} \sqrt{T_1^2 R_h^2 T_1^2 + 8 L R_h T_0} = -\frac{T_0 \gamma}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{T_0^2 \gamma^2 + 8 L T_0 / R_h} = \frac{T_0}{2} (\sqrt{\gamma^2 + 8 \beta_{LRh}} - \gamma).$$

This calculations is in good correspondence with the results, shown in previous section, so may be used in the cases, where fast dynamics of  $R_h$  and  $\gamma$  is not observed.

### Comparison with real converter

The series of the real equipment experiment was conducted to verify simulations results. Real buck converter from the thin metal film creation in the vacuum device was investigated. At some fixed  $\gamma$  values dependencies  $V_2(R_h)$  was acquired. Then, quasi-steady approach was used, taking into account additional voltage drop. The results in show in the fig 9.

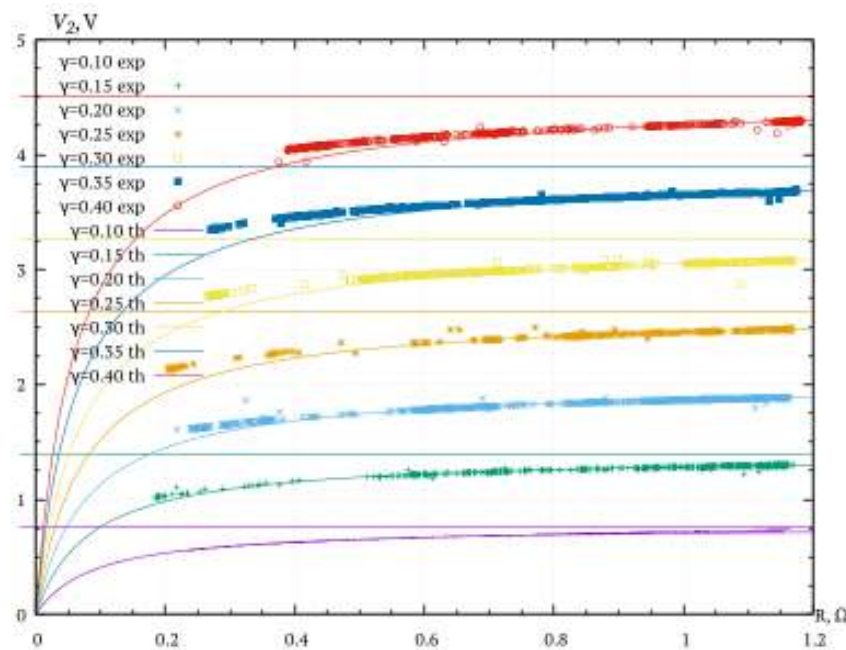


Figure 9 – Real and model  $V_2(R_h, \gamma)$  dependencies

The difference between real experiment and quasi-steady model can be neglected in most ranges, except extremely high load. Nevertheless, this power source gives us practically better results, than theory.

### Conclusions

Taking into account all mentioned calculations, simulations and measurements, the following conclusions can be made:

- The (1) equation can describe many features in the buck converter behaviour, but numerical simulation requires waste amount of the computational resources in this case.
- In many practical cases, it may be possible to use equation system (2), which requires up to  $10^4$  times less resources, but still give us adequate results.

- Quasi-state approach gives us correct analytical results, which can be used in simulations, where  $R_h$  and  $\gamma$  changes slowly.
- Comparison with data, acquired in real experiment, confirms correctness of the proposed models and methods.

#### REFERENCES

1. Steve Roberts DC/DC book of knowledge / Steve Roberts // RECOM Group Gmunden 2014. – 234 p.
2. Mattox Handbook of Physical Vapor Deposition (PVD) Processing: Film Formation, Adhesion, Surface Preparation and Contamination Control / Mattox, M. Donald // Westwood, N.J.: Noyes Publications, 1998 – 944p.
3. Mikhalev A.I. Modelirovaniye fraktalnykh struktur funktsionalnykh pokrytiy s uchetom skorosti napyleniya / Mikhalev A.I., Guda A.I., Zimoglyad A.YU. Kovtun V.V. //Vísnik KHNTU -2018.- №3(66) S.- 115-120
4. Zimoglyad A.YU. Yssledovanye zavysymosty koeffytsyenta trenyya metallycheskykh plenok ot fraktalnoy razmernosty / Zimoglyad A.YU., Guda A.Y., Kovtun V.V. Zhurba A.A. // Systemni tekhnolohiyi. Rehionalnyy mizhvuzivskyy zbirnyk naukovykh prats- 2018. - №2 (115) S.- 9 -13.
5. Horovits P. The Art of Electronics / P. Horowitz, W. Hill. - Moscow: Mir, 1995. – 154p.
6. Powell Vapor Deposition. The Electrochemical Society series / F. Carroll, H. Joseph, Oxley, J. M. Blocher // New York: Wiley, 1966— 158 p.

M. Tryputen, V. Kuznetsov, Y. Kuznetsova,

M. Tryputen, A. Kuznetsova, R. Sklyar

## **PREDICATIVE FORM OF THE ENERGY-ECONOMIC MODEL OF AN ASYNCHRONOUS MOTOR**

*Abstract. The article is sanctified to date issue of the day of choice of facilities of defence of asynchronous motors working in the workshop electric networks of industrial enterprises with off-grade electric power. Possibility of presentation of energyeconomic model of asynchronous engine is shown as disjunction of predicates and application to them algorithms of recognition of patterns for a decision-making. Main dignity of new model is an openness and possibility of accumulation of knowledge about the modes of operations of electromechanics equipment.*

*Keywords: means of protection, asynchronous motors, poor-quality electrical energy, industrial enterprises, programmable logical controller, identification and predicative model, technical and economic values, electromechanical equipment, electrical networks, non-linear objects, mathematical apparatus, data base control systems.*

**Introduction.** The principal ways of decrease of poor-quality electricity negative impact on electric motor operation in production environment and consequently on the efficiency of production in general are as follows: application of “individual” LC-filters for protection of principal electric drives; application of “sectional” poor-quality supply voltage compensating devices on a workshop level; suppressing of supply voltage distortion in the points of its origin. Rejection of any measures is also considered acceptable despite insignificant engine lifetime reduction. Each of the aforesaid options incurs certain integration cost and expected economic effect.

The known methodology for choosing of protection equipment to secure an asynchronous motor (AM) [1] operating under the conditions of poor-quality electric energy is based on its energy-economic model. The above

---

© Tryputen M., Kuznetsov V., Kuznetsova Y., Tryputen M., Kuznetsova A., Sklyar R., 2019

methodology implements computing algorithms involving stochastic model of linear voltage within workshop power supply network, nonlinear electro magnetic and thermal model of AM and economic model as well. Obtaining the above models involves carrying out voluminous, time-consuming industrial experiments, as well as attracting specialists from various fields of knowledge to their processing. A separate and equally challenging task is to perform computational optimization calculations for choosing the best way to protect an asynchronous motor. These features of the application of the energy-economic model are constraining factors for its widespread adoption.

The goal of this article is justification of the possibility of the above methodology implementation in production environment based on SCADA of Zenon system software installed on PC; and application of predicate models and non-relational data model-oriented recognition algorithms.

**Research methods and results.** Taking a decision on economic viability of the choice (or refusal) of a particular protection equipment depends on the value of several variables (input technical and economic): total harmonic distortion  $K_U$ , coefficients of specific harmonic components  $K_{U(m)} (m=7)$ , negative sequence ratio  $K_{2U}$ , zero-sequence index  $K_{20}$ , protection equipment cost  $C_j (i=\overline{1, r})$ , where  $r$  – is the number of different types of protection devices. Herewith, indexes  $K_U$ ,  $K_{U(m)}$ ,  $K_{2U}$  and  $K_{20}$  depend on objective laws of linear voltage variation within electric network and asynchronous motor operation pattern.

The characteristics of linear voltages and asynchronous motors in real time can be determined on the basis of the Zenon SCADA software system [2], placed on a personal computer (Fig. 1). Control's sensors monitor the current values of line voltages and motor parameters connected to the controller VIPA-314-6CG23. The connection between the programmable logic controller and the personal computer with the software package is implemented using the Ethernet interface. The current values of line voltages and motor parameters are displayed on the PC screen and saved for further processing. Moreover, the hardware and software of the complex make it possible to simultaneously conduct research on all the engines working in the workshop.



## HUMAN MACHINE INTERFACE

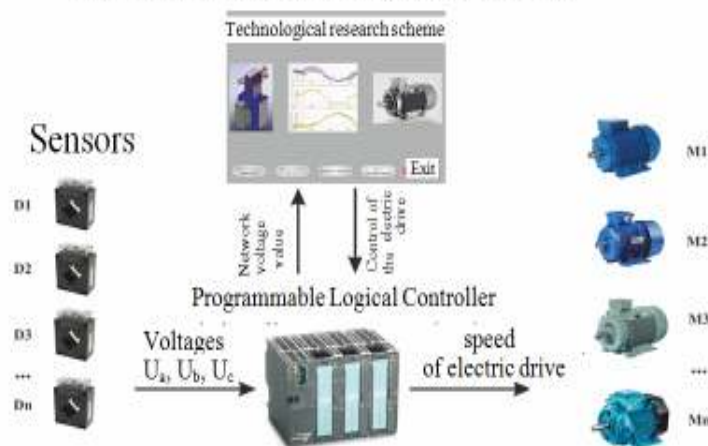


Figure 1 - Schematic structure of the system for study of electric network and induction motors

Technical and economic values have some deviations conditioned by either measuring precision (for technical values) or economic situation (for costs) and are measured within certain range. This makes possible to represent energy-efficient model of IM by a sum-of-predicates form (discrete form) [3]:

$$Z_{em}[\vec{X}, \vec{C}] = V_{p=1}^q V_l^{\lambda_p} Z_{p,l}[\vec{X}, \vec{C}], \quad (1)$$

where,

$$Z_{em}[\vec{X}, \vec{C}] = 2^{-n} \prod_{j=1}^n \left\{ 1 + \text{sgn}[(X_j - X_{j\min}^{pl})(X_{j\max}^{pl} - X_j)] \right\} + 2^{-r} \prod_{j=1}^r \left\{ 1 + \text{sgn}[(C_j - C_{j\min}^{pl})(C_{j\max}^{pl} - C_j)] \right\},$$

V – logic operation of disjunction.

Here:  $q$  – number of loss experience categories resulting from integration of protection equipment or their clusters,  $\lambda_p$  – number of predicates determining  $p$  – range;  $n$  and  $r$  – number of technical and cost values respectively;  $X_{j\min}^{pl}, X_{j\max}^{pl}, C_{j\min}^{pl}, C_{j\max}^{pl}$  – model constants.

Generation of predicates parameters and their consolidation in categories may be commenced in the course of teaching the model according to the criterion of minimal economic losses resulting from the availability of AM protection equipment (or their unavailability)

$$E_p \rightarrow \min, \quad (2)$$

In this case in the course of input values sampling population recognition learning it's requisite by setting different criteria  $E_p$  within the interval  $E_{p.\max} \div E_{p.\min}$  to split factor space into two categories:  $M_1$  if  $E_S < E_p$  and  $M_2$ , if  $E_S > E_p$ . Provided that the criteria values changes within the range  $\Delta E_p = (E_{p.\max} - E_{p.\min}) / q$ , the  $q$  splitting the categories of hypersurfaces will be received, which pursuing the methodology of analytical description by means of methods admitting splitting of the factor space into elementary subfields may be represented by predicate equation (1). Here:  $\Delta E_p$  - permissible deviation of economic losses from estimated value.

Teaching the model is performed on the basis of computing experiment, structural pattern of which is shown on Fig. 2. In the course of experiment, implementation control unit (ICU) generates random sequence of input values within the prescribed limit.

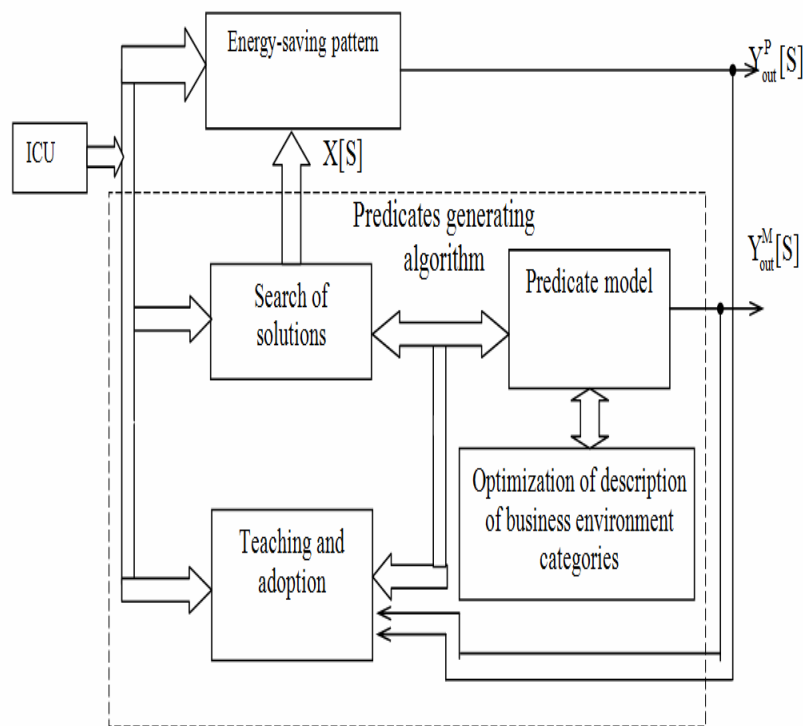


Figure 2 – Schematic structure of predicates generation model

In section “Energy Saving Pattern” calculation of economic losses incurred by application (abandoning) of protection equipment for electric drives in electric networks with poor-quality electrical energy is performed. See design formula for their determination pursuing [4-6].

Generation of predicate pattern components is commenced in section “Education and Adaptation” pursuing [3]. Herewith the number of predicates of completely defined predicate pattern depends upon parameters of input variables and defined with the help of the following formula [3]:

$$K_q = \prod_{i=1}^n \frac{d_i}{\Delta x_i}, \quad (3)$$

Here  $d_i; \Delta x_i$  – turndown and sample spacing of input value. See table 1 for data on input values parameters during the study of 7,5 kW AM operation under the conditions of poor-quality electrical energy. As it appears from table 1 and (3)  $K_q = 1,664 \cdot 10^{13}$ . Computation of such number of predicates within reasonable timeframes is rather difficult.

Table 1

AM input values parameters

No.	Input value	Turndown	Variation range	Note
1	Total harmonic distortion	2-15%	0,5%	
2	Specific harmonic components ratio	0 – 10%	0,5%	First 7 harmonic components
3	Reverse sequence ratio	0 – 5%	0,1%	
4	Zero sequence ratio	0 – 5%	0,1%	
5	Protection equipment cost	UAH 0-200000	UAH 2000	10 options of technical solution

To overcome the above problem called “curse of dimensionality” in the course of teaching the predicate model, the algorithm of accelerated education has been applied [7]. This algorithm allows to include untaught fields of factor space into predicative pattern once simple criteria for two predicates of a certain class are met:

$$\begin{cases} X_{u \min}^1 \leq X_{u \min}^2 \\ X_{u \max}^1 \geq X_{u \max}^2 \end{cases}, \quad n p u \quad u = \overline{1, n}; u \neq 1' \quad (4)$$

where  $X_{u \min}^1, X_{u \max}^1, X_{u \min}^2, X_{u \max}^2$  – parameters of the merged fields projections,  $u$  – number of factor space feature axis towards which subfields are combined.

“Predicate Model” module generates economic environment in the form of a predicate and assigns it to p-class based on defined values of technical and economic parameters and economic damages from application of protection equipment computed with energy saving pattern involved. The number of the class is defined using the following formula:

$$p = \text{entier} \left| E_p \times \Delta E_p^{-1} \right| + 1, \quad (5)$$

It is also worth noting that an adaptation algorithm has been developed for predicate model which makes possible its updating to reflect expansion of hardware park and its cost changes:

$$Z_p \left[ \overline{X}, \overline{C} \right] = \left[ V_{i=1}^q V_l^{L_1 + \lambda_p} Z_{p,l} \left[ \overline{X}, \overline{C} \right] \right] \Lambda \left[ V_{v=1}^{L_2} Z_{t,v} \left[ \overline{X}, \overline{C} \right] \right], \quad (6)$$

where  $L_1$  and  $L_2$  – is the value obtained as a result of recognition of the first and second order controversies (respectively),  $\Lambda$  – logical operation of the conjunction.

The first order controversy should be thought of as affiliation of a predicate with p class though the given predicate should be referred to t class pursuing economic losses value (as a result of technical and economic conditions) and the second order controversy should be thought of as affiliation of a predicate with t class though the given predicate should be referred to p class.

Realization of adaptation algorithm pursuing (6) leads to gradual structural complication of predicate model and difficulties in its real-world application. To overcome structural complication of the model is possible by means of application of algorithms used in “Reduction of Economic Conditions Categories Description”. Reduction of categories description provides enlargement of subareas by way of their merging with the following encoding of the parameters of predicate equation which determines enlarged area [8].

Merging of subareas is commenced upon the fulfillment of equality conditions in the right and left parts of the formulas in (5). Hence, the resultant subarea has the minimal and maximum value of u-attribute determined as  $X_{u \min}^{12} = \min \left\{ X_{u \min}^1, X_{u \min}^2 \right\}; X_{u \max}^{12} = \max \left\{ X_{u \max}^1, X_{u \max}^2 \right\}$ .

It's obvious that in the context of enlargement of subareas the transition of predicates from one category to another and consequently resolution of the first and second order controversies is possible.

Encoding of predicate equations parameters involves determination of their numbers on feature axis in the form of some vector  $\vec{B}$  and its collapse to some scalar by formula [6]:

$$K = \sum_{u=1}^{2(n+r)} b_j q^{(2(n+r)-j)}, \quad (7)$$

where  $b_j$  – collapsing vector  $\vec{B}$  component, matching with  $j$  – feature axis;  $q$  – system base.

Moving from encoding figures  $K_\gamma$  to vector  $\vec{B}_\gamma$  is done by the formula  $b_{j\gamma} = \text{mod}([K_\gamma / q^{(2(n+r)-j)}], q), j=1, \overline{(n+r)}$ .

Determination of the best technical option of AM protection according to predicate model is based on algorithm of recognition static optimization in “Solutions Search” unit as follows. For current technical values  $Z_{em}[\vec{X}, \vec{C}]$  is computed starting from the first category of economic  $p=1$ , which is an equivalent of minimal value of economic losses. If  $Z_{il}[\vec{X}, \vec{C}] = 0$  for all  $l = \overline{1, \lambda_1}$ , then the second category of economic conditions should be analyzed, etc. This procedure is performed unless some  $p=c$  and  $l = Z_{cg}[\vec{X}, \vec{C}] = 1$ . Then according to the values of the chosen predicate constants financial expenditures and consequently the chosen technical option of protection are determined.

In [9] mentions that predicate equations (1) may be represented by relational data model. It helps describe the processes of teaching, adaptation, minimization and search of the optimum solutions based on single mathematical apparatus  $\alpha$  – algebra.

Taking into consideration that relational model is supported by Data base control system this approach towards determination of optimum protection equipment for AM with regard to its operation under poor-quality electricity conditions is easy to implement in production environment.

**Conclusions and acknowledgments.** The analyzed approach towards determination of optimum option of protection of electrical equipment operating under conditions of poor-quality electricity networks is possible to im-

plement in production environment. The proposed algorithms make it possible to derive mathematical models of electrical units under research in the form of logical sum of predicates standing for specific economic losses. Based on predicate models it's easy to find a range of optimal solutions for different conditions of electric devices operation. Obtained solutions may be saved on data store electronic component. For practical application of the obtained results it's enough to estimate the quality of electric energy on specific enterprise and engine's health and afterwards, by means of data base control system, to choose the most economically reasonable protection equipment.

### REFERENCES

1. Kachan U.G., Dyachenko V.V., Kuznetsov V.V. Means of efficient use of electrical energy, Monograph, Zaporizhia, 2016. – 156 p.
2. Boiko O.A. About the possibility of interaction of zenon SCADA system with external software. Altera. URL: <http://www.svaltera.ua/press-center/articles/8773.php>, 2014. – p. 28.
3. Kuznetsov V.V. Recognition algorithm in the tasks of increasing energy efficiency of asynchronous motors operating in low-quality electricity / V.V. Kuznetsov, A.V. Nikolenko, V. P. Ivashenko, N. M. Triputen Bulletin of the National Technical University "Kharkov Polytechnic Institute" Kharkov. 2017. Release 27 (1249).-P. 95-98.
4. Kuznetsov, V., Nikolenko, A. (2015). Models of operating asynchronous engines at poor-quality electricity, EasternEuropean Journal of Enterprise Technologies. vol 1, no 8(73) (2015): Energy-saving technologies and equipment. Pages: 37 - 42. DOI: 10.15587/1729-4061.2015.36755.
5. Romashykhin Iurii, Rudenko Nikita, Kuznetsov Vitaliy (2017). The possibilities of the energy method for identifying the parameters of induction motor. Proceedings of the International Conference on Modern Electrical and Energy Systems, MEES 2017. Pages: 128 – 131. DOI: 10.1109/MEES.2017.8248869/
6. M. Zagirnyak, D. Rod'kin, Iu. Romashykhin, Zh. Romashykhina, A. Nikolenko, V. Kuznetsov, "Refined calculation of induction motor equivalent circuit nonlinear parameters by an energy method", Eastern-European Journal

of Enterprise Technologies, Vol. 3, No. 5(87), pp. 4–10, 2017. DOI: 10.15587/1729-4061.2017.104146.

7. Triputen, N. M. Methods and results of computational studies of the predicate model identification algorithm / N. M. Triputen, A.S. Koba // Mining electromechanics and automatics.-2000.-№64.-p.106-108.

8. Triputen N.M., Noskin D.V. Investigation of the predicate model adaptation algorithm // Informacion technology. Bezpeka and links: Materials of All-Ukrainian Science - Practical Conferences. Dnipropetrovsk: State Higher Educational Institution "National Mining University".2011.- P.9-11.

9. Triputen, N. M., Beshta D.O.  $\alpha$  algebra in the problems of control of technological processes // Scientific herald of the National Mining Academy of Ukraine. – 2001. – №2.p.80-83.

В.Е. Кажан, В.В. Степкин, А.А. Захаров

## СТАТИСТИЧЕСКАЯ ПОЛУМАРКОВСКАЯ МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

*Аннотация. В статье разработана статистическая полумарковская модель оценки показателей надежности электромеханической системы с использованием датчика случайных чисел, равномерно распределённых в единичном интервале. Такая модель позволяет получить совокупность дискретных значений показателей надежности и технического состояния электромеханической системы, аппроксимируемых аналитическими зависимостями. В результате решения данной задачи получают: функции вероятностей состояний и готовности, среднее время пребывания в каждом из состояний ГСП, коэффициент технического использования и другие показатели ЭМС.*

*Ключевые слова: показатели надежности, полумарковский процесс, датчик случайных чисел, граф состояний и переходов, аппроксимации, модель, датчик, система.*

**Постановка проблемы.** Качество любой электромеханической системы (ЭМС), в частности автоматизированных электроприводов технологических комплексов, определяется совокупностью свойств этой системы, в том числе надёжностью. Процесс эксплуатации ЭМС позволяет накапливать информацию в двух направлениях: уточнение данных о надёжности её элементов и уточнение оценок надёжности системы, полученных на предыдущих этапах «жизненного» цикла или в ходе ускоренных испытаний. Процедура получения такой информации в процессе эксплуатации и испытаний ЭМС требует больших временных и материальных затрат и во многом определяет структуру их систем технического обслуживания [1,2].

**Анализ основных исследований.** Оценку показателей надёжности можно осуществить путём моделирования процесса функционирования



ния ЭМС, заключающегося в получении с помощью алгоритма выборки определённого объёма из генеральной совокупности. Наиболее адекватная математическая модель анализа технического состояния ЭМС может быть получена с помощью аппарата теории полумарковских процессов [3,4]. Основу такой модели составляет ориентированный граф  $S$  основных состояний  $S_k \in S \ (k=\overline{1,N})$  и возможных переходов (ГСП) ЭМС в ходе эксплуатации.

**Цель статьи (постановка задачи).** Целью данного исследования является разработка статистической полумарковской модели оценки показателей надёжности и технического состояния ЭМС в процессе эксплуатации.

**Основная часть исследования (построение модели).** Исчерпывающими характеристиками полумарковского процесса (ПМП) на множестве состояний при известном начальном состоянии  $S_0$  процесса являются матрицы условных функций  $\underline{F}(t)=\|F_{kl}(t)\|$  распределения времени пребывания ЭМС в состоянии  $S_k$  до перехода в состояние  $S_l \ (k,l=\overline{1,N})$  и условных вероятностей переходов  $\underline{P}=\|P_{kl}\|$ , вложенной в данный ПМП однородной марковской цепи. Вершина  $S_k$  ГСП – одно из состояний аппаратуры, когда она либо полностью работоспособна, либо один или несколько из её определяющих параметров  $\Pi_j \ (j=\overline{1,\Pi_k})$  находятся за пределами поля допуска, либо ЭМС находится на техническом обслуживании, либо на ней проводится текущий ремонт и другие состояния. В качестве основных законов распределения  $F_{kl}(t)$  могут быть использованы такие законы, как равномерный, экспоненциальный, нормальный, Вейбулла-Гнеденко, Релея и другие [3].

Считая известными вид и параметры функции  $F_{kl}(t)$  и значения вероятностей  $p_{kl}$ , методика определений показателей надёжности ЭМС с использованием статического моделирования основывается на получении достаточного количества реализации ПМП на заданном интервале времени, представляя процесс эксплуатации ЭМС в виде последовательной смены состояний, и последующем расчёте выбранных показателей надёжности.

На основании ГСП ЭМС, характеризуемого матрицей условных вероятностей переходов  $\underline{P}$  и номером исходного (начального) состояния ЭМС  $S_k^0$ , осуществляется выбор направления перехода моделируемого процесса из состояния  $S_k$  в  $S_l$ . Для этого используется датчик случайных чисел, равномерно распределённых в интервале  $(0, 1)$ , формирующий случайное число  $\xi_i$  с заданным законом распределения  $F_{kl}(t)$ , и проверяется условие

$$\sum_{v=1}^{l-1} p_{kv} < \xi_i \leq \sum_{v=1}^l p_{kv}, \quad k, l = \overline{1, N}. \quad (1)$$

Для выбранного перехода  $j$  берётся реализация случайной величины времени  $\tau_{kl}$ , имеющей соответствующую функцию  $F_{kl}(t)$ . Для каждой  $r$ -й реализации ( $\underline{r} = \overline{1, N_p}$ ) фиксируются значения времени  $\tau_{k_i, k_{i+1}}$  по каждому  $j$ -му переходу ГСП, текущее время моделирования и номера состояния  $S_k$ , в котором полумарковский процесс находится в течение времени  $\tau_{kl}$ . По этим данным формируются массивы (матрицы) моментов начала (окончания) каждого перехода

$$T_c(j) = \sum_{i=1}^{j_k} \tau_{kl}(j) \quad (2)$$

и среднего суммарного времени пребывания процесса в каждом  $S_k$  состоянии графов переходов и состояний

$$T_s(k) = \sum_{r=1}^{N_p} \sum_{j=1}^{j_{kr}} \tau_{kl}(j), \quad (3)$$

где  $j_{kr}$  – число переходов в  $r$ -й реализации процесса.

По данным массивов  $T_c(j)$  и  $T_s(k)$  строится гистограмма числа посещений процессом каждого из  $S_k$  состояний ( $k = \overline{1, N}$ ) при  $r$ -й реализации в виде массива  $\underline{S^*} = ||S_{kx}^*||$ . Для чего время реализации  $t_p$  предоставляется совокупностью временных интервалов  $x$  ( $\underline{x} = \overline{1, x_x}$ ) шагом квантования  $\Delta t_x$ , число которых определяется как

$$x_k = \frac{t_p}{\Delta t_x}. \quad (4)$$

При формировании гистограммы сравниваются значения  $\tau_{kl}(j)$  с величиной  $x\Delta t_x$  и находится наименьшее  $x$ , при котором  $\tau_{kl}(j) \geq x\Delta t_x$ . Каж-

дому состоянию  $S_k$  для любого  $x = \overline{1, x_x}$  отводится определённая ячейка массива  $S^*$ . При попадании величины  $\tau_{kl}(j)$  в интервал  $x$  содержимое ячейки увеличивается на единицу, а количество ячеек  $n_j$  для данного  $j$  перехода определяется как

$$n_j = \frac{t_c(j) - t_c(j-1)}{\Delta t_x}. \quad (5)$$

Если на интервале  $\tau_{kl}(j)$  не укладывается целое число  $\Delta t_x$ , то в этом случае оставшийся временной участок для перехода  $j$  и момент его окончания либо отбрасывается, либо увеличивается на величину

$$A_l = \Delta t_x - A_x = \frac{t_c(j)}{\Delta t_x} - \text{integer} \cdot \left| \frac{t_c(j)}{\Delta t_x} \right|. \quad (6)$$

Время пребывания  $\tau_{kl}(j)$  так же изменяться и будет

$$\tau_{kl}(j) = \tau_{kl}(j) + \begin{pmatrix} -A_x \\ A_l \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Для нахождения объективных устойчивых характеристик процесса требуется его многократное повторение с последующей обработкой полученных результатов. Статическая устойчивость оценок параметров случайного процесса обеспечивается вычислением их как средних значений по большому количеству реализаций, выбор которых определяется требованиями точности результатов.

На практике необходимое число реализаций определяется исходя из заданных точности  $\varepsilon$  и достоверности  $\alpha$  согласно соотношению [4]

$$N_p = \frac{\left[ \hat{O}^{-1} \cdot \left( \frac{\alpha}{2} \right) \right]^2 \cdot p \cdot (1-p)}{\varepsilon^2}, \quad (8)$$

где  $\hat{O}^{-1} \cdot \left( \frac{\alpha}{2} \right)$  – функция, обратная функция Лапласа;  $p$  – аппаратное значение рассчитываемой вероятностной характеристики.

Верхняя оценка потребного количества реализаций  $N_p^*$  для  $\alpha = 0,95$  и  $\left[ \hat{O}^{-1} \cdot \left( \frac{\alpha}{2} \right) \right]^2 = 4,2$  определяется из условия максимума числителя выражения (8)

$$N_{\hat{O}}^* = \frac{1}{\varepsilon^2}. \quad (9)$$

По результатам  $N_p^*$  - кратного моделирования процесса переходов ЭМС производится количественная оценка ее показателей надёжности. В частности, вероятностей пребывания ЭМС в каждом из состояний (ГСП)

$$\hat{I}_{\hat{e}}(\tilde{O} \Delta t_x) = \frac{S_{kx}^x}{N^x \cdot p}, \quad (10)$$

представляющих собой вероятности того, что ЭМС в рассматриваемый момент времени находится в  $Sk \in S$  состоянии, и среднего времени пребывания ЭМС в этом состоянии

$$M_{\hat{e}} = \frac{\sum_{r=1}^{N_p^*} \sum_{j=1}^{j_{kr}} \tau_{kl}^{(r)}(j) \cdot \frac{1}{q_r}}{N^*}, \quad (11)$$

где  $r$  ( $r = 1, N_p^*$ ) – номер реализации, а  $q_r$  – число посещений процессом  $S_k$  состояния за  $r$ -ю реализацию.

Зная функции  $\Pi_k(x \Delta t_x)$ , можно определить функцию готовности ЭМС к использованию по назначению как

$$K(\tilde{O} \cdot \Delta t_x) = \sum_{k=1}^R \Pi_{\hat{e}}(x \cdot \Delta t_x), \quad (12)$$

где  $R$  – число работоспособных состояний ЭМС в ГСП.

Полученные таким методом совокупности дискретных значений показателей в фиксированные моменты аппроксимируются аналитическими зависимостями [5] в виде

$$\hat{O}_{\hat{e}}(t) = \hat{a}_{kv} + \sum_{v=1}^{v_k} \hat{a}_{kv} \cdot t^v, \quad (13)$$

где  $a_{kv}$ ,  $N$ ,  $v$  – соответственно значения коэффициентов аппроксимации,

число аппроксимируемых функций и степень аппроксимирующего полинома.

**Выводы.** Использование полумарковской статистической модели эксплуатации ЭМС и датчика случайных чисел, равномерно распределённых в единичном интервале, обеспечивает получение дискретных значений показателей надёжности и технического состояния системы, аппроксимируемых аналитическими зависимостями. В результате решения данной задачи получают: функции вероятностей состояний и готовности, среднее время пребывания в каждом из состояний ГСП, коэффициент технического использования и другие показатели ЭМС на заданном интервале времени.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Барлоу Р. Статистическая теория надёжности и испытаний на безотказность / Р. Барлоу, Ф. Прошан., 1984. – 27 с. – (М.: Наука).
2. Кажан В. Е. Модель оценки качества системы технического обслуживания электромеханических комплексов / В. Е. Кажан, И. В. Котлярова. // Дніпропетровськ, ДДТУЗТ. – 2001. – №7. – С. 48–53.
3. Королюк В. С. Полумарковские процессы и их приложения / В. С. Королюк, А. Ф. Турбин. – Киев: Наукова думка, 1976. – 184 с.
4. Бусленко И. П. Моделирование сложных систем / И. П. Бусленко. – М.: Наука, 1978. – 400 с.
5. Фадеев Д. К. Вычислительные методы линейной алгебры / Д. К. Фадеев, В. Н. Фадеева. – М.: Физматгиз, 1963. – 734 с.
6. Ястребенецкий М. А. Надёжность автоматизированных систем управления технологическими процессами / М. А. Ястребенецкий, Г. М. Иванова. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 264 с.

#### REFERENCES

1. Barlou R. Statisticheskaya teoriya nadezhnosti i ispytaniy na bezotkaznost / R. Barlou, F. Proshan., 1984. – 27 s. – (M.: Nauka).
2. Kazhan V. E. Model otsenki kachestva sistemyi tehničeskogo obsluzhivaniya elektromehanicheskikh kompleksov / V. E. Kazhan, I. V. Kotlyarova. // DnIpropetrovsk, DDTUZT. – 2001. – №7. – S. 48–53.

3. Korolyuk V. S. Polumarkovskie protsessyi i ih prilozheniya / V. S. Korolyuk, A. F. Turbin. – Kiev: Naukova dumka, 1976. – 184 s.
4. Buslenko I. P. Modelirovanie slozhnyih sistem / I. P. Buslenko. – M.: Nauka, 1978. – 400 s.
5. Fadeev D. K. Vyichislitelnyie metody lineynoy algebry / D. K. Fadeev, V. N. Fadeeva. – M.: Fizmatgiz, 1963. – 734 s.
6. Yastrebenetskiy M. A. Nadezhnost avtomatizirovannyih sistem upravleniya tehnologicheskimi protsessami / M. A. Yastrebenetskiy, G. M. Ivanova. – M.: Energoatomizdat, 1989. – 264 s.

В.Ю. Куваев, В.И. Нежурин, А.В. Николенко

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ  
ЭНЕРГИИ В ОБЪЕМЕ РАБОЧЕГО ПРОСТРАНСТВА  
ТРЕХФАЗНОЙ РУДОВОССТАНОВИТЕЛЬНОЙ  
ЭЛЕКТРОПЕЧИ**

*Аннотация. Предложена математическая модель распределения плотности тока в сечении самообжигающегося электрода, удельной активной мощности в объеме рабочего пространства ванны, напряженности магнитного поля на поверхности свода рудовосстановительной электропечи по методу вторичных источников в форме интегральных уравнений Фредгольма II-го рода с привлечением экспериментальных данных действующих печей.*

*Ключевые слова: рудовосстановительная электропечь, рабочее пространство ванны электропечи, электрод, метод вторичных источников, потери электроэнергии.*

**Постановка проблемы.** Решение задачи поддержания оптимального шихтового, электродного и электрического режимов конкретного технологического процесса рудовосстановительных электропечей (РВП) обеспечивается выбором оптимальных геометрических параметров ванны печи, электропечного контура и поддержанием рационального электрического режима плавки, что создает необходимое с точки зрения термодинамики распределение вводимой энергии в рабочем пространстве ванны печи.

**Анализ последних исследований и публикаций.** Данные многолетних исследований коллективом кафедры электротехники НМетАУ (ДМетИ) распределения активной мощности, плотности тока, потенциалов, температур в объеме рабочего пространства ванн действующих промышленных печей, а также лабораторных исследований выломок из рабочего пространства ванн этих же печей, остановленных на капиталь-

ный ремонт, дали возможность сформировать картину строения рабочего пространства ванны печи при выплавке разных сплавов и решить ряд задач по оптимизации их выплавки. Результаты исследований позволили разработать обобщенную схему замещения электрической цепи РВП, что обеспечило возможность эффективного управления электрическим и технологическим режимами работы печи с использованием АСУ ТП [1 - 3].

Известен также ряд математических моделей распределения энергии в объеме ванны, позволяющих прогнозировать его для осваиваемых и проектируемых электропечей [4 - 6].

**Цель исследования.** Авторами решалась задача разработки математической модели распределения плотности тока в сечении самообжигающегося электрода, удельной активной мощности в объеме рабочего пространства ванны РВП по методу вторичных источников в форме интегральных уравнений Фредгольма II-го рода с привлечением экспериментальных данных действующих печей. Этот метод [7] отличается от других тем, что дает возможность рассматривать различные варианты полей, варьируя геометрическими параметрами печи.

Необходимо отметить, что у метода вторичных источников есть свои недостатки. Например, с увеличением количества зон однородной проводимости в рассчитываемом объеме проводящей среды очень усложняются интегральные уравнения, что влияет на объем вычислительных операций, а это, в свою очередь, иногда вызывает необходимость рационального уменьшения числа зон однородной проводимости.

Приведенная работа представляет собой очередной шаг по использованию данного метода расчета поля рудовосстановительной электропечи. Очередными шагами может быть разработка оптимальной системы интегральных уравнений, введения в расчет вихревой составляющей электромагнитного поля, то есть непосредственно расчет электромагнитного поля.

**Основной материал исследования.** Структура реакционной зоны рабочего пространства круглой трехэлектродной РВП (например, РКГ-75 фирмы «Танабэ») симметрична оси каждого электрода, поэтому, исходя из условий осевой симметрии рассматривалось меридиальное се-



чение электрода и реакционной зоны с подводом тока через сверхпроводящий контакт электрода, находящегося в неоднородной среде, и отводом через сверхпроводящую ванну сплава (рис.1, а).

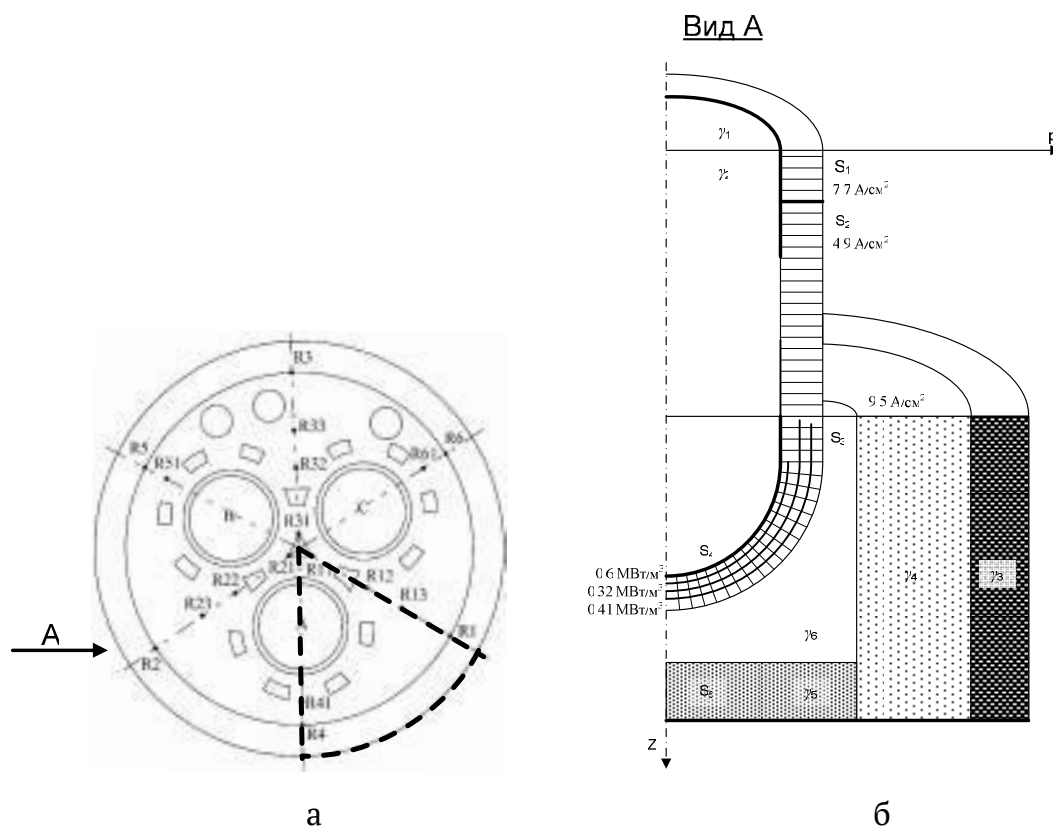


Рисунок 1 – расчетная часть реакционного пространства электропечи (а), результаты моделирования рабочего пространства электропечи РКГ-75 (б)

Возможность создания рациональной картины электромагнитного поля рудовосстановительной электропечи на этапе проектирования является актуальной задачей, которая решает две проблемы: реализацию ведения оптимального металлургического процесса и экономию электроэнергии.

Поверхностный эффект и эффект близости при промышленной частоте проявляется не очень сильно, поле можно рассматривать как квазистационарное, данными эффектами можно пренебречь и рассматривать поле печи, как поле постоянного тока.

Вещества, проводящие ток, неоднородны в объеме ванны по проводимости. Но есть возможность, ориентируясь по температурному по-

лю, выделить в объеме неоднородной ванны ряд зон, в которых проводимость можно считать постоянной.

Если пренебречь дуговыми процессами в ванне печи, можно с достаточной степенью точности рассматривать электромагнитное поле рудовосстановительной электропечи как электрическое поле постоянного тока в кусочно-однородной проводящей среде.

Алгоритм расчета поля плотности тока, удельной активной мощности следующий:

1. Рассчитывают распределение вторичных источников на поверхности раздела сред с разной проводимостью  $\gamma_1 \div \gamma_6$

2. По распределению вторичных источников рассчитывается напряженность поля в выбранных точках сечения электрода и рабочего пространства печи.

3. Рассчитывается плотность тока ( $j_i$ ) и удельная активная мощность в выбранных точках рабочего пространства ванны печи  $j = \gamma_i E_i$  и  $p_i = \gamma_i E_i^2$ .

При расчете полагали, что магнитная проницаемость содержимого ванны соответствует магнитной проницаемости выделенных зон, а геометрия ванны и электродов отвечает в масштабе параметрам ванны действующей печи.

Модель разработана для полусферической формы торца электрода и глубины его погружения в ванну печи 1 м. В работе представлены эпюры распределения плотности тока по сечению электрода и линии равной удельной активной мощности в объеме рабочего пространства в предположении, что мощность сосредоточена в центре выбранных элементарных площадок сечения ванны. На рис.1, б представлено распределение вышеуказанных величин в симметричном оси электрода объеме ванны электропечи и в сечении электрода.

На точность полученных результатов существенно влияет количество выбранных расчетных точек в выделенных на основе экспериментальных исследований действующих печей зон неоднородности, характерных для конкретного типа сплава.

Анализ показывает, что значения удельных активных мощностей в выделенных расчетных точках и экспериментально полученных в доступных для измерений точках рабочего пространства, например, при выплавке силикомарганца, совпадают с инженерной точностью.

Основными требованиями к эксплуатации печей являются как оптимальное распределение удельной мощности в ванне печи, так и минимальные удельные потери электроэнергии, что достигается на основе рекомендаций, полученных при экспериментальном исследовании действующих электропечей. В связи с этим важную роль в решении этого вопроса играет возможность математического моделирования распределения электромагнитного поля на поверхности свода печи, которое может быть использовано при расчете потерь на стадии проектирования новых и реконструкции действующих электропечей [8].

На основании составленной системы алгебраических уравнений с помощью ПЭВМ, с использованием стандартного программного обеспечения, рассчитаны значения напряженности магнитного поля на поверхности ванны электропечи (рис. 2).

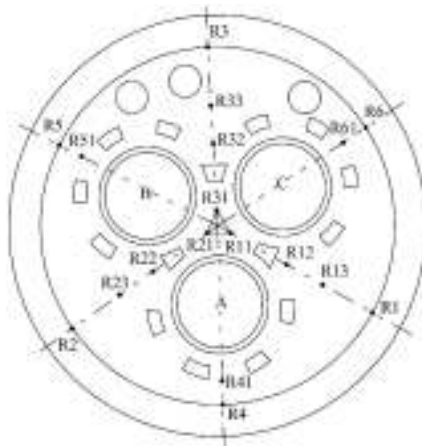


Рисунок 2 - Напряженность магнитного поля на поверхности свода электропечи РКГ-75

**Выводы.** Практическое использование предлагаемой математической модели при расчете параметров рудовосстановительной печи может выглядеть следующим образом:

1. Определение основных электрических и геометрических параметров печи с помощью известных инженерных методов расчета.

2. Разработка и расчет математической модели проектируемой печи для выявления влияния геометрии ванны на распределение мощности в объеме ванны печи и нахождение оптимального значения диаметра распада электродов и глубины ванны, полагая критерием оптимальности максимальное значение выделяемой мощности в межэлектродном и подэлектродном пространстве ванны печи.

3. Уточнение предварительно рассчитанных геометрических параметров рудовосстановительной печи.

Адекватность математической модели расчета магнитного поля на поверхности свода однородной ванны электропечи оценена путем сравнения с результатами исследований магнитного поля свода действующей печи. Математическая модель может быть использована при реконструкции и проектировании печей, для определения потерь в ее металлоконструкциях на стадии проектирования.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кузьменко С. Н. Определение параметров и характеристик элементов схем замещения ванн рудовосстановительных электропечей / С. Н. Кузьменко, А. В. Николенко. // Сталь. – 2005. – №12. – С. 35–38.

2. Определение оптимальных параметров электрического режима при выплавке ферросиликомарганца / [В. С. Куцин, В. А. Гладких, А. В. Николенко и др.]. // Сталь. – 2009. – №1. – С. 52–54.

3. Selecting the smelting parameters for ferrosilicomagnese on the basis of the electrical characteristics / [V. S. Kutsin, V. A. Gladkikh, A. V. Nikolenko and other]. // Steel in Translation. – 2010. – №40. – С. 56–58.

4. Математическое моделирование электрических полей печей рудной электротермии / С. А. Ольдзиевский, В. А. Кравченко, В. И. Нежурин, И. А. Борисенко. – Москва: Металлургия, 1990. – 112 с.

5. Миронов Ю. М. Комплексное математическое моделирование энергетических процессов в электрических цепях и ваннах электропечей смешанного нагрева / [Ю. М. Миронов и др.] // Труды Академии электротехнических наук Чувашской Республики. – 2001. – № 2. – С. 82–90.

6. Левченко С. А. Електромагнітне та теплове поля руднотермічної плавильної печі / С. А. Левченко. // Вісник НТУ«ХПІ». Серія: Механіко-технологічні системи та комплекси. – 2016. – №17. – С. 76–80.

7. Тозони О. В. Расчет трехмерных электромагнитных полей / О. В. Тозони. – Киев: Техника, 1974. – 322 с.

8. Розенберг В. Л. Определение электромагнитных потерь в металлических элементах печи РПЗ-48 / В. Л. Розенберг. // Сб. Труды ВНИИЭТО. – 1972. – №6. – С. 100–105.

### REFERENCES

1. Kuzmenko S. N. Opredelenie parametrov i harakteristik elementov shem zamescheniya vann rudovosstanovitelnyih elektropetchey / S. N. Kuzmenko, A. V. Nikolenko. // Stal. – 2005. – №12. – S. 35–38.

2. Opredelenie optimalnyih parametrov elektricheskogo rezhima pri vyiplavke ferrosilikomargantsa / [V. S. Kutsin, V. A. Gladkih, A. V. Nikolenko i dr.]. // Stal. – 2009. – №1. – S. 52–54

3. Selecting the smelting parameters for ferrosilicomagnese on the basis of the electrical characteristics / [V. S. Kutsin, V. A. Gladkikh, A. V. Nikolenko and other]. // Steel in Translation. – 2010. – №40. – C. 56–58.

4. Matematicheskoe modelirovanie elektricheskikh poley pechey rudnoy elektrotermii / S. A. Oldzievskiy, V. A. Kravchenko, V. I. Nezhurin, I. A. Borisenko. – Moskva: Metallurgiya, 1990. – 112 s.

5. Mironov Yu. M. Kompleksnoe matematicheskoe modelirovanie energeticheskikh protsessov v elektricheskikh tsepyah i vannah elektropetchey smeshannogo nagreva / [Yu. M. Mironov i dr.] // Trudyi Akademii elektrotehnicheskikh nauk Chuvashskoy Respubliki. – 2001. – № 2. –S. 82–90.

6. Levchenko S. A. Elektromahnitne ta teplove polia rudnotermichnoi plavylnoi pechi / S. A. Levchenko. // Visnyk NTU«KhPI». Serii: Mekhaniko-tehnolohichni systemy ta kompleksy. – 2016. – №17. – S. 76–80.

7. Tozoni O. V. Raschet trehmernyih elektromagnitnyih poley / O. V. Tozoni. – Kiev: Tehnika, 1974. – 322 s.

8. Rozenberg V. L. Opredelenie elektromagnitnyih poter v metallicheskih elementah pechi RPZ-48 / V. L. Rozenberg. // Sb. Trudyi VNIIEТО. – 1972. – №6. – S. 100–105.

## **ЗАДАЧА РОЗПОДІЛУ ІНВЕСТИЦІЙ В УМОВАХ СТАТИСТИЧНОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ**

*Анотація. Здійснено моделювання впливу статистичної невизначеності на оптимальний розв'язок задачі розподілу інвестицій. Показано, що у цьому випадку можливі декілька варіантів планів, які для конкретних реалізацій випадкових параметрів можуть бути оптимальними. Розглянуто альтернативні критерії оптимальності для таких задач.*

*Ключові слова: задача розподілу ресурсів, статистична невизначеність, оптимальний розв'язок, критерії оптимальності, комп'ютерне моделювання.*

### **Вступ**

Моделі динамічного програмування застосовують при розв'язанні таких задач, як розробка правил управління запасами, що встановлюють момент поповнення запасів і обсяг замовлення; розробка принципів календарного планування виробництва і вирівнювання зайнятості в умовах мінливого попиту на продукцію; розподіл дефіцитних капітальних вкладень між можливими новими напрямками їх використання; складання календарних планів поточного і капітального ремонту складного обладнання та його заміни і т.п. Застосування цього методу до розв'язання задач економіки та техніки відображено у роботах Р. Беллмана [1], Г. Вагнера [2], Є.С. Вентцель [3], Ю.П. Зайченка [4], Х. Таха [5] та ін.

### **Аналіз останніх досліджень і публікацій**

Задачі розподілу ресурсів є важливим класом задач динамічного програмування. Детерміновану модель розподілу ресурсів застосовували у своїх роботах для розв'язання задачі розподілу засобів керування ризиками на підприємстві та задачі оптимізації процесу керування ризиками в системі «центр-агенти» [6-7]; задачі оптимального розподілу інвестицій в сільські регіони [8]; задачі розподілу ресурсів в мережевих каноніч-

них структурах [9]; задачі розподілу холдінгом спеціалістів-менеджерів по ліспромхозам [10]; задачі оптимальної політики підприємства з виробництва та реалізації продукції на прикладі підприємства, що займається розведенням та збутом риби [11].

Важливим є врахування випадкового характеру процесів, що виникають в системах. Алгоритми розв'язання стохастичних задач динамічного програмування великих розмірностей для задач розподілу ресурсів розглянуті в роботі [12]. Запропоновані авторами алгоритми можуть бути використані для розв'язання детермінованих та стохастичних (в поєднанні з байєсовським підходом) задач розподілу ресурсів великих розмірностей. Методи розв'язання детермінованих та стохастичних задач моделювання мережі торгівельних підприємств розглянуті в роботі [13]. В цій роботі розрахунок векторів керування для кожного етапу стохастичного процесу є пошуком такого керування, що максимізує значення математичного сподівання цільової функції. В роботі [14] досліджено модель Марковиця оптимізації портфелю за умов стохастичної невизначеності прибутків та розроблено точний підхід до її розв'язання за певних обмежень. В роботі [15] проаналізовано теорію та чисельні методи оптимізації для моделей з імовірнісними обмеженнями. У таких випадках можна вимагати виконання обмежень у середньому або накладати обмеження на функції розподілу. В роботі [16] запропоновано мультиперіодну стохастичну модель лінійного програмування для прийняття інвестиційних рішень з динамічного розподілу активів.

### **Постановка задачі та результати дослідження**

Розглянемо таку задачу розподілу інвестицій (задачу розподілу коштів між підприємствами) [5]. Планується модернізація  $n$  підприємств. Для цього виділено кошти обсягом  $y$  од. Для кожного підприємства  $j$  можлива реалізація декількох альтернативних проектів. Кожен проект характеризується витратами  $c_{ij}$  та майбутніми прибутками  $R_{ij}$ . На кожному підприємстві можна реалізувати лише один проект. Необхідно обрати для кожного підприємства такий проект, щоб фірма отримала максимальний річний прибуток після реалізації всіх проектів. При цьому припускається, що час реалізації всіх проектів є однаковим.

Відомі декілька алгоритмів [5] розв'язування цієї задачі для наведеної вище детермінованої постановки. Але на практиці витрати і майбутні прибутки точно не відомі. Тому актуальним є її розв'язання в умовах невизначеності. Найпростішим видом невизначеності є статистична невизначеність, яку можна задати функцією розподілу, або типом і параметрами розподілу [2]. Можна очікувати, що у цьому випадку для окремих реалізацій наборів випадкових параметрів оптимальні плани будуть різні. Тому потрібний вибір інших критеріїв оптимальності. Зокрема, це можуть бути математичне сподівання річного прибутку фірми або імовірність отримання прибутку, що перевищує певне задане значення.

Метою дослідження було дослідження впливу статистичної невизначеності і розроблення програмного забезпечення для розв'язання задачі розподілу інвестицій в таких умовах.

Як приклад розглянемо задачу розподілу інвестицій з вхідними даними:  $n = 4$ ,  $y = 8$ ,  $c_{ij}$  та  $R_{ij}$ , що наведені в таблиці 1.

Таблиця 1

Вхідні дані задачі розподілу інвестицій

Проект	Підприємство №1		Підприємство №2		Підприємство №3		Підприємство №4	
	C	R	C	R	C	R	C	R
1	1	1	2	2	1	1	1	3
2	3	4	4	6	2	3	3	5
3	–	–	–	–	4	7	–	–

Для детермінованого випадку ця задача має два оптимальних плани (1,1,3,1) і (1,2,2,1). При цьому буде отримано максимальний щорічний дохід 13 од.

Тепер розглянемо задачу розподілу інвестицій з вхідними даними  $c_{ij}$  та  $R_{ij}$ , що підпорядковуються закону неперервного рівномірного розподілу з 10% відхиленням від значень, наведених в таблиці 1. Будемо розв'язувати задачу методом перебору, який реалізуємо за допомогою пакета MATLAB. Значення параметрів  $c_{ij}$  та  $R_{ij}$  будемо задавати за допо-



могою функції  $\text{unifrnd}(A,B)$  пакету Statistics Toolbox програмного середовища MATLAB. Функція  $\text{unifrnd}(A,B)$  призначена для генерації псевдовипадкових чисел, які підпорядковуються неперервному рівномірному розподілу на відрізку  $[A,B]$ . Параметри  $A$  та  $B$  для кожного числа  $c_{ij}$  та  $R_{ij}$  (табл. 1) задавали такими:  $A = 0,9c_{ij}$ ,  $B = 1,1c_{ij}$  та  $A = 0,9R_{ij}$ ,  $B = 1,1R_{ij}$ . Далі перебираємо всі можливі розв'язки задачі, для кожного підраховуємо суму витрат. Потім перевіряємо, чи сума витрат не перевищує  $y$  – порогове значення витрат. Якщо ні, то обчислюємо суму доходів. Серед отриманих доходів обираємо максимальне значення та відповідний план (номера проектів для кожного підприємства).

Було проведено 2720 запусків програми. Отримали 5 варіантів оптимальних розв'язків, що відповідають різним реалізаціям наборів випадкових параметрів. Розподіл прибутків для цих варіантів ілюструють діаграми типу «ящик з вусами», побудовані за допомогою функції  $\text{boxplot}()$  мови R (рис. 1). Нижня та верхня сторона прямокутників відповідають першому та третьому квартилям розподілу, відрізок у середині прямокутника – медіані розподілу, вуси поширюються до крайніх точок даних. Ширина прямокутників відображає відмінності у кількості запусків, для яких відповідний варіант виявився оптимальним.

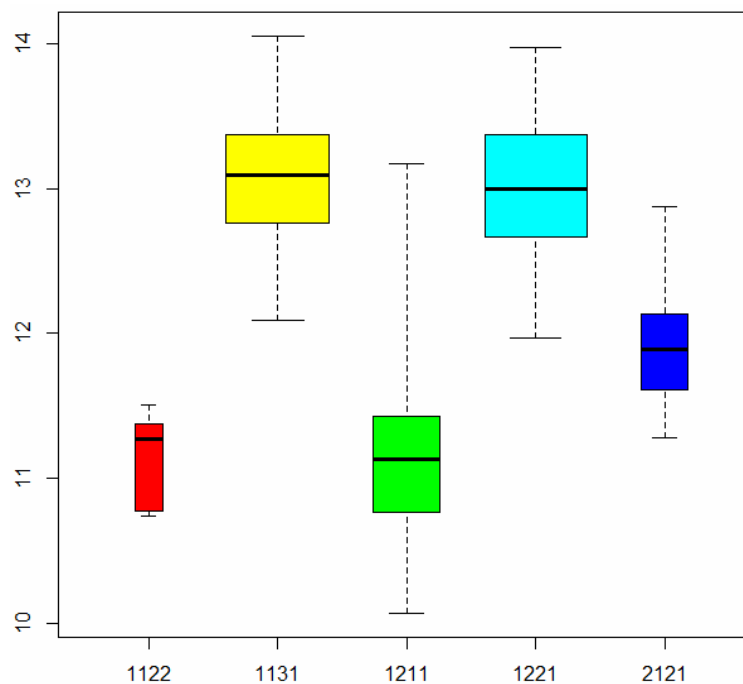


Рисунок 1 – Візуалізація розв'язків задачі розподілу інвестицій

Проаналізуємо отримані результати за такими критеріями оптимальності:

- середній арифметичний прибуток;
- медіанний прибуток;
- імовірність отримати прибуток, що перевищує певну величину.

Для останнього критерію візьмемо величини, що дорівнюють 11, 12, 13 та 13.5 од. Результати наведено у табл. 2.

Таблиця 2

## Аналіз розв'язків за критеріями оптимальності

Критерії	План				
	(1,1,2,2)	(1,1,3,1)	(1,2,1,1)	(1,2,2,1)	(2,1,2,1)
Середній арифметичний прибуток	11.13	13.07	11.07	12.98	11.91
Медіанний прибуток	11.27	13.1	11.13	12.99	11.89
Імовірність отримати прибуток, що перевищує 11 од.	66%	100%	60%	100%	99,5%
Імовірність отримати прибуток, що перевищує 12 од.	0%	100%	0.2%	97%	39%
Імовірність отримати прибуток, що перевищує 13 од	0%	57%	0.2%	46%	0%
Імовірність отримати прибуток, що перевищує 13.5 од	0%	15%	0%	13%	0%

На основі порівняння значень за всіма зазначеними критеріями, можна зробити висновок, що для задачі розподілу інвестицій з вхідними параметрами  $c_{ij}$  та  $R_{ij}$  що підпорядковуються закону неперервного рівномірного розподілу з 10% відхиленням від детермінованих значень цих параметрів, оптимальним є план (1,1,3,1). Проте відзначимо, що оптима-

льні розв'язки, що відповідають різним критеріям, у загальному випадку можуть бути різними.

### **Висновки**

Методами комп'ютерного моделювання досліджено задачу оптимального розподілу інвестицій в умовах статистичної невизначеності. Запропоновано різні варіанти критеріїв оптимальності та розроблено програмну реалізацію розв'язання задачі для цих критеріїв.

### **ЛІТЕРАТУРА**

1. Беллман Р. Динамическое программирование и современная теория управления / Р. Беллман, Р. Кабала. – М.: Изд-во «Наука», 1969. – 119 с.
2. Вагнер Г. Основы исследования операций / Г. Вагнер. – М.: Изд-во «Мир», 1973. – Т. 3. – 501 с.
3. Вентцель Е.С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология: учебное пособие / Е.С. Вентцель. – М.: КНОРУС, 2013. – 192 с.
4. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій: навч. посібн. [для студ. ВНЗ] / Ю.П. Зайченко. – К.: ЗАТ «ВІПОЛ», 2000. – 687 с.
5. Таха Хемди А. Введение в исследование операций / Хемди А. Таха. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. – 912 с.
6. Ростова Е.П. Постановка задачи динамического программирования для распределения средств по управлению рисками на предприятии. Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2013. – №6 (4), том 15. – С. 1078-1081.
7. Ростова Е.П. Математическая модель оптимального распределения средств на управление рисками в системе «центр-агенты» с помощью динамического программирования. Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Серия: Социальные науки. – 2016. – №2 (42). – С. 57-62.
8. Петлін І.В., Цегелик Г.Г. Використання методу динамічного програмування для підвищення ефективності інвестиційної діяльності у сфері сільського зеленого туризму. Науковий вісник НЛТУ України. – 2013. – Вип 4, том 23. – С. 307-314.
9. Прилуцкий М.Х., Кумагина Е.А. Управляемый фронтальный алгоритм решения задачи распределения ресурсов в сетевых канонических структурах. Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2008. – №6. – С. 152-155.

10. Костюкевич В.М., Давыдков Г.А., Хотина И.Г. Оптимальное распределение ресурсов с использованием динамического программирования. *Resources and Technology*. – 2008. – Том 7. – С.49 -51.

11. Сутягина Н.И. Метод динамического программирования при принятии микроэкономического решения. *Вестник НГИЭИ*. – 2014. – №11 (42). – С. 72-77.

12. Докучаев А.В., Котенко А.П. Алгоритмы решения стохастических задач динамического программирования большой размерности. *Вестник Самарского государственного технического университета. Серия Физико-математические науки*. – 2008. – №2 (17). – С. 203-209.

13. Сергеев С.М. Математическое моделирование сети торговых предприятий. *Вестник Воронежского государственного технического университета*. – 2012. – Вып. 1, том 8. – С. 66-71.

14. P. Bonami, M. A. Lejeune. Optimization Problems Under Stochastic and Integer Constraints. *Operations Research*. – 2009. – V. 57, No 3. – P. 650 – 670.

15. Dentcheva D. (2006) Optimization Models with Probabilistic Constraints. In: Calafiore G., Dabbene F. (eds) Probabilistic and Randomized Methods for Design under Uncertainty. Springer, London. – P. 49 – 97.

16. Norio Hibiki. Multi-period stochastic optimization models for dynamic asset allocation. *Journal of Banking & Finance*. –2006.–V.30, Is. 2.–P.365-390.

#### REFERENCES

1. Bellman R. Dinamicheskoe programmirovaniye i sovremennaya teoriya upravleniya / R. Bellman, R. Kabala. – M.: Izd-vo «Nauka», 1969. – 119 s.

2. Vagner G. Osnovyi issledovaniya operatsiy / G.Vagner. – M.: Izd-vo «Mir», 1973. – T. 3. – 501 s.

3. Venttsel E.S. Issledovanie operatsiy. Zadachi, printsipy, metodologiya: uchebnoe posobie / E.S. Venttsel. – M.: KNORUS, 2013. – 192 s.

4. Zaichenko Yu.P. Doslidzhennia operatsii: navch. posibn. [dlia stud. VNZ] / Yu.P. Zaichenko. – K.: ZAT «VIPOL», 2000. – 687 s.

5. Taha Hemdi A. Vvedenie v issledovanie operatsiy / Hemdi A. Taha. – M.: Izdatelskiy dom «Vilyams», 2005. – 912 s.

6. Rostova E.P. Postanovka zadachi dinamicheskogo programmirovaniya dlya raspredeleniya sredstv po upravleniyu riskami na predpriyatii. *Izvestiya*

Samarskogo nauchnogo tsentra Rossiyskoy akademii nauk. – 2013. – #6 (4), tom 15. – S. 1078-1081.

7. Rostova E.P. Matematicheskaya model optimalnogo raspredeleniya sredstv na upravlenie riskami v sisteme «tsentr-agentyi» s pomoschy dinamicheskogo programmirovaniya. Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo. Seriya: Sotsialnyie nauki. – 2016. – #2 (42). – S. 57-62.

8. Petlin I.V., Tsehelyk H.H. Vykorystannia metodu dynamichnoho prohramuvania dlia pidvyshchennia efektyvnosti investytsiinoi diialnosti u sferi silskoho zelenoho turyzmu. Naukovyi visnyk NLTU Ukrainy. – 2013. – Vyp 4, tom 23. – S. 307-314.

9. Prilutskiy M.H., Kumagina E.A. Upravlyaemyiy frontalnyiy algoritm resheniya zadachi raspredeleniya resursov v setevyih kanonicheskikh strukturah. Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo. – 2008. – #6. – S. 152-155.

10. Kostyukevich V.M., Davydkov G.A., Hotina I.G. Optimalnoe raspredelenie resursov s ispolzovaniem dinamicheskogo programmirovaniya. Resources and Technology. – 2008. – Tom 7. – S.49 -51.

11. Sutyagina N.I. Metod dinamicheskogo programmirovaniya pri prinyatii mikroekonomicheskogo resheniya. Vestnik NGIEI.–2014.– #11(42). –S. 72-77.

12. Dokuchaev A.V., Kotenko A.P. Algoritmyi resheniya stohasticheskikh zadach dinamicheskogo programmirovaniya bolshoy razmernosti. Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tehnikeskogo universiteta. Seriya Fiziko-matematicheskie nauki. – 2008. – #2 (17). – S. 203-209.

13. Sergeev S.M. Matematicheskoe modelirovanie seti togovyih predpriyatiy. Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tehnikeskogo universiteta. – 2012. – Vyip. 1, tom 8. – S. 66-71.

14. P. Bonami, M. A. Lejeune. Optimization Problems Under Stochastic and Integer Constraints. Operations Research. – 2009.–V. 57, No 3. – P. 650 – 670.

15. Dentcheva D. (2006) Optimization Models with Probabilistic Constraints. In: Calafiore G., Dabbene F. (eds) Probabilistic and Randomized Methods for Design under Uncertainty. Springer, London. – P. 49 – 97.

16. Norio Hibiki. Multi-period stochastic optimization models for dynamic asset allocation. Journal of Banking & Finance. – 2006. – V.30, Is. 2. – P. 365-390.

Ю.В. Бразалук, А.И. Губин, А.В. Давыдова, Д.В. Евдокимов,  
Ю.А. Малая, М.А. Стояновский

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ ТЕПЛОИЗОЛЯЦИИ ТЕЛ СЛОЖНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ**

*Аннотация. Работа посвящена преодолению вычислительных трудностей, неизбежно возникающих при исследовании температурных полей и тепловых потоков в тонких теплозащитных покрытиях тел сложной геометрической формы. Таковые трудности, прежде всего, происходят из различия геометрических масштабов теплозащитного покрытия и защищаемого им тела, а также являются следствием сложной геометрической формы защищаемого тела. Для преодоления сложностей, связанных с малой толщиной покрытия построена асимптотическая математическая модель поля температур в нем, а для облегчения процедур расчета температурных полей в телах сложной геометрической формы предложено использовать метод граничных элементов. Полученные результаты могут быть использованы в разнообразных отраслях науки и техники, например, энергетике, ракетно-космической технике, металлургической и химической промышленности, коммунальной сфере.*

*Ключевые слова: теплозащитное покрытие, температурный режим, асимптотический метод, метод граничных элементов, энергосбережение.*

### **Введение**

В последние десятилетия мировая экономика развивается в условиях тяжелого перманентного энергетического кризиса. Данное обстоятельство сделало энергосбережение, в том числе и теплосбережение, одной из главных тенденций развития современной техники и технологий. В современной теплотехнике существуют два подхода к решению данной задачи. Первый из них – так называемая активная система терморегуляции, основанная на подводе тепла к (отводе тепла от) объекту терморе-

---

© Бразалук Ю.В., Губин А.И., Давыдова А.В., Евдокимов Д.В., Малая Ю.А., Стояновский М.А., 2019

гуляции. Второй путь называется пассивными системами терморегуляции и сводится к тепловой изоляции регулируемого объекта. Конечно, первый путь намного более универсален, чем второй, но высокие цены на энергоносители и явная тенденция их дальнейшего роста делают второй из вышеназванных подходов все более привлекательным для использования. Речь идет об очень широком спектре температур, в частности, одним из побудительных мотивов написания настоящей статьи стали исследования эффективных систем поддержания температурного режима баков с криогенным топливом, используемых в ракетно-космической технике, а другим – результаты работ авторов по тепловой защите спускаемых аппаратов ракетно-космических систем, то есть, спектр температур охватывает практически весь диапазон, с которым имеет дело современная теплотехника.

Зачастую, особенно в авиации и ракетно-космической технике, к теплозащитным покрытиям предъявляется требование минимального веса, что соответствует малым толщинам теплозащитного слоя. То есть, в системе защищаемый объект – теплоизоляция можно естественным образом ввести малый параметр, как отношение их характерных размеров. После введения малого параметра переход к асимптотической математической модели выполняется стандартными методами. Что же касается температурного поля защищаемого объекта, то оно, в первую очередь, зависит от природы этого объекта и подлежит расчету именно с учетом особенностей таковой природы. Применение асимптотической математической модели решает проблему разномасштабных процессов теплопроводности в теплозащитном покрытии и защищаемом теле. Однако защищаемое тело может иметь, вообще говоря, произвольную геометрическую форму. С вычислительной точки зрения сложная форма области решения влечет нетривиальные трудности, уровень которых таков, что рассматриваемую проблему областей сложной формы считают одной из самых серьезных проблем современной вычислительной математики. В настоящее время подавляющее большинство прикладных численных расчетов проводятся при помощи двух основных численных методов – метода конечных разностей и метода конечных элементов. Но именно

сложная форма области решения заставила рассмотреть в настоящей работе метод граничных элементов как одно из основных средств вычислительного инструментария. Как правило, сравнение количественных и качественных параметров алгоритмов, относящихся к разным методам, оказывается малорезультативным. К сожалению, задачи такого уровня сложности, как рассматриваемая в настоящей работе, не допускают построения тестовых задач и с большим трудом поддаются исследованию при помощи задач модельных. То есть, выбор эффективного численного метода для расчета поля температур защищаемого тела, имеющего сложную геометрическую форму, представляет собой нетривиальную проблему вычислительной математики. В целом же, очевидна актуальность настоящей работы не только для задач энергосбережения и регулирования температурных режимов, но и для развития вычислительной математики.

#### **Постановка проблемы в общем виде и ее связь с важными научными и практическими задачами**

Основная теоретическая научная проблема, рассматриваемая в настоящей работе, заключается в разработке высокоточных и высокоэффективных расчетных схем для численного решения многомасштабных нелинейных задач теории теплопроводности в областях сложной геометрической формы в связи с проблематикой пассивной тепловой защиты. Совершенно очевидна связь теоретических аспектов рассматриваемой тематики с основными направлениями развития современной вычислительной математики. Практическая сторона работы напрямую связана с проблематикой энергосбережения и может быть отнесена к весьма значительному числу как национальных, так и международных программ, направленных на экономию энергоресурсов и преодоление энергетического кризиса.

#### **Анализ последних достижений и публикаций по тематике исследования**

Вопросы тепловой защиты в современной постановке приведены в книгах Ю. В. Полежаева и соавторов [1–3]. Вопросы применения асимптотических методов в задачах теплопроводности к настоящему време-



ни хорошо изучены [4–6]. Однако в указанных монографиях речь о тонких теплозащитных покрытиях не шла вовсе, а основное внимание уделялось тонкому телу. Во многих работах прикладного плана предполагалось, что поле температур в теплозащитном покрытии является стационарным и изменяется только поперек покрытия, что соответствует нулевому приближению в асимптотических разложениях, однако использование такого приближения не получило надлежащего обоснования.

Следует также отметить, что в работах [1–3] не анализировалось поле температур защищаемого объекта. Учет процессов теплообмена в защищаемом объекте и их совместный анализ с температурными полями в теплозащитном покрытии относит задачу теплозащиты к сопряженным задачам теории теплообмена [7], однако рассмотрение сопряженной задачи в области сложной геометрической формы представляет собой весьма нетривиальную вычислительную проблему, заслуживающую отдельного исследования. Первым исследованием, в котором был использован асимптотический подход для теплозащитного покрытия совместно с методом конечных разностей для расчета поля температур в защищаемом теле, была статья [8]. Если основным объектом исследования в работе [8] была нестационарная, одномерная по пространству сопряженная задача теплопроводности, то в статье [9] была рассмотрена плоская стационарная задача. Среди главных выводов статьи [9] содержится заключение о целесообразности применения для решения такого класса задач метода граничных элементов [10, 11], обладающего рядом специфических достоинств по сравнению с другими численными методами [12]. Настоящая работа является прямым логическим продолжением и обобщением работы [9] на случай нелинейных, нестационарных плоских и пространственных задач. В таком случае метод граничных элементов уже не всегда является наилучшим выбором для численного моделирования, и для каждого частного случая метод граничных элементов следует сравнивать [12] с методами конечных разностей [13] и конечных элементов [14].

### Цель работы

Основываясь на вышеизложенном, цель настоящей работы можно сформулировать следующим образом: разработка новых и совершенствование существующих методов количественного анализа сложных тепломассообменных систем, включающих неасимптотически тонкие теплоизолирующие покрытия.

### Основной материал исследования. Математическая модель

Математическое описание объекта исследования начнем с построения асимптотической математической модели поля температур в неасимптотически тонком теплозащитном покрытии, следуя общей схеме работы [9], но для нестационарного пространственного случая. Сделаем ряд упрощающих замечаний. Во-первых, считаем покрытие гладким как с внутренней, так и с внешней стороны. Во-вторых, не будем здесь рассматривать покрытие с волнистой или ребристой внутренней и внешней поверхностью, а также всевозможными резкими выступами и углублениями. Наконец, в-третьих, материал покрытия предполагаем однородным и изотропным с теплофизическими свойствами, зависящими только от температуры, а само покрытие считаем однослойным. Обозначив теплофизические параметры, относящиеся к покрытию индексом «1», запишем следующее уравнение теплопроводности:

$$c_1(T_1)\rho_1(T_1)\frac{\partial T_1}{\partial \tau} = \operatorname{div}(\lambda_1(T_1)\operatorname{grad}T_1), \quad (1)$$

где  $T_1$  – температура покрытия,  $c_1$  – его теплоемкость,  $\rho_1$  – его плотность,  $\lambda_1$  – его теплопроводность,  $\tau$  – время, векторные операторы  $\operatorname{div}$  и  $\operatorname{grad}$  понимаются в общепринятом смысле. Переходя к локальной системе координат, в которой одна из характерных поверхностей рассматриваемого покрытия (внутренняя, внешняя или срединная поверхность) является координатной поверхностью  $(\xi_2, \xi_3)$ , обезразмерим уравнение (1) обычным способом [9], но с учетом наличия двух геометрических масштабов. Обозначив их через  $L_1$  и  $L_2$ , введем:

$$\bar{\xi}_1 = \frac{\xi_1}{L_1}, \quad \bar{\xi}_2 = \frac{\xi_2}{L_2}, \quad \bar{\xi}_3 = \frac{\xi_3}{L_2}; \quad (2)$$

$$\bar{c} = \frac{c}{c^0}, \quad \bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho^0}, \quad \bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda^0}, \quad (3)$$

где в качестве  $c^0$ ,  $\rho^0$  и  $\lambda^0$  удобно использовать первые слагаемые из часто применяемых полуэмпирических соотношений:

$$\begin{aligned} c(T) &= c^0 + c^1 T + c^2 T^2 + \dots, \\ \rho(T) &= \rho^0 + \rho^1 T + \rho^2 T^2 + \dots, \\ \lambda(T) &= \lambda^0 + \lambda^1 T + \lambda^2 T^2 + \dots \end{aligned} \quad (4)$$

Число Фурье удобно определить как

$$Fo = \frac{\pi a^0}{L_2^2}, \quad a^0 = \frac{\lambda^0}{c^0 \rho^0}. \quad (5)$$

Введем малый параметр  $\varepsilon$  следующим образом

$$\varepsilon = \frac{L_1^2}{L_2^2}, \quad (6)$$

и обезразмеренную некоторым образом температуру  $\theta_1$ . Тогда

$$\begin{aligned} \bar{c}_1(\theta_1) \bar{\rho}_1(\theta_1) \frac{\partial \theta_1}{\partial Fo} \varepsilon &= \frac{1}{H_1 H_2 H_3} \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left( \bar{\lambda}_1(\theta_1) \frac{H_2 H_3}{H_1} \frac{\partial \theta_1}{\partial \xi_1} \right) + \\ &+ \frac{\varepsilon}{H_1 H_2 H_3} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left( \bar{\lambda}_1(\theta_1) \frac{H_1 H_3}{H_2} \frac{\partial \theta_1}{\partial \xi_2} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi_3} \left( \bar{\lambda}_1(\theta_1) \frac{H_1 H_2}{H_3} \frac{\partial \theta_1}{\partial \xi_3} \right) \right], \end{aligned} \quad (7)$$

где  $H_1, H_2, H_3$  – соответствующие коэффициенты Ляме. В дальнейшем черточки над обезразмеренными величинами будем опускать, чтобы избежать громоздкости формул. Согласно методу малого параметра решение уравнения (7) будет отыскиваться в виде ряда [4–6, 8, 9]

$$\theta_1 = \theta_{10} + \theta_{11} \varepsilon + \theta_{12} \varepsilon^2 + \dots \quad (8)$$

Подставим представление (8) в уравнение (7) и, приравнявая суммы коэффициентов при одинаковых степенях  $\varepsilon$ , получим:

$$\frac{\partial}{\partial \xi_1} \left( \frac{H_2 H_3}{H_1} \lambda_1(\theta_{10}) \frac{\partial \theta_{10}}{\partial \xi_1} \right) = 0, \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{H_1 H_2 H_3} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left( \frac{H_2 H_3}{H_1} \lambda_1(\theta_{10}) \frac{\partial \theta_{11}}{\partial \xi_1} \right) + \right. \\
& \left. + \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left( \frac{H_2 H_3}{H_1} \frac{d\lambda_1}{d\theta}(\theta_{10}) \theta_{11} \frac{\partial \theta_{10}}{\partial \xi_1} \right) \right] = c_1(\theta_{10}) \rho_1(\theta_{10}) \frac{\partial \theta_{10}}{\partial Fo} - \\
& - \frac{1}{H_1 H_2 H_3} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left( \frac{H_1 H_3}{H_2} \lambda_1(\theta_{10}) \frac{\partial \theta_{10}}{\partial \xi_2} \right) + \right. \\
& \left. + \frac{\partial}{\partial \xi_3} \left( \frac{H_1 H_2}{H_3} \lambda_1(\theta_{10}) \frac{\partial \theta_{10}}{\partial \xi_3} \right) \right], \\
& \dots \dots \dots
\end{aligned} \tag{10}$$

Как правило, уравнения, следующие за (10), чересчур громоздки, а поскольку решение уравнений (9) и (10) согласно разложению (8) обеспечивает погрешность порядка  $\varepsilon^2$ , что в силу (6) достаточно мало, то особенного интереса такие уравнения не представляют. Найдем первый интеграл дифференциального уравнения (9)

$$\lambda_1(\theta_{10}) \frac{\partial \theta_{10}}{\partial \xi_1} = \frac{d_1 H_1}{H_2 H_3} \Rightarrow \int \lambda_1(\theta_{10}) d\theta_{10} = d_1 \int \frac{H_1}{H_2 H_3} d\xi_1. \tag{11}$$

Если  $\lambda_1(\theta_{10})$  задано соотношением (4), то вычисление интеграла в левой части совершенно элементарно. Вычисление интеграла в правой части также не должно вызвать особых затруднений. Интегрирование уравнения (10) несколько сложнее, но не ведет к непреодолимым трудностям. Уравнение (9) может быть далее упрощенно, если коэффициенты Ляме разложить в ряды по  $\varepsilon$ . Но параметр  $\varepsilon$  входит в такое разложение в степени  $1/2$ , что снижает точность подхода.

На внешней границе теплозащитного покрытия могут быть поставлены любые из традиционных граничных условий теории тепломассообмена, в частности, условия первого

$$T_1|_{\Gamma_{out}} = T_a, \tag{12}$$

второго

$$\lambda_1(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial n} \Big|_{\Gamma_{out}} = q_a \tag{13}$$

или третьего рода

$$\lambda_1(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial n} \Big|_{\Gamma_{out}} = \alpha (T_1|_{\Gamma_{out}} - T_a) \quad (14)$$

Обезразмеривание условий (12)–(14) и дальнейшая подстановка в них разложения (8) очевидны и подробно рассмотрены в работе [9], поэтому ограничимся обезразмериванием условия (12):

$$\theta_{10}|_{\Gamma_{out}} = \theta_a(For), \quad \theta_{11}|_{\Gamma_{out}} = 0, \quad \theta_{12}|_{\Gamma_{out}} = 0.... \quad (15)$$

Начальные условия для уравнения (1) следует сформулировать также традиционным образом

$$T_1(\xi_1, \xi_2, \xi_3)|_{\tau=0} = T_1^0(\xi_1, \xi_2, \xi_3). \quad (16)$$

Однако время явным образом не входит ни в уравнение (9), ни в левую часть уравнения (10) и левые части последующих уравнений. Зависящие от времени функции из граничных условий входят в решение уравнения (9) как параметры, непосредственной связи с начальными условиями в системе (9), (10), ... вообще не просматривается. Подобная ситуация не содержит внутреннего противоречия. Тонкость теплозащитного покрытия подразумевает, что его суммарная теплоемкость мала по сравнению с суммарной теплоемкостью защищаемого тела, то есть, поле температур теплозащитного покрытия устанавливается очень быстро, и время, измеряемое в характерных масштабах времени защищаемого тела, оказывается асимптотически большим для теплозащитного покрытия. Поскольку в качестве защищаемого тела может оказаться практически любая среда, то математической моделью тепломассообмена в такой среде может быть любая из большинства математических моделей современного тепломассообмена. Никак не претендуя на рассмотрение подобного разнообразия, авторы настоящей работы предпочли бы остановиться на некоторых актуальных в технике и технологиях частных случаях:

1. Тепловая защита баков с криогенной жидкостью. Несмотря на применение теплоизоляции на внутренней поверхности бака происходит кипение криогенного компонента топлива, что является крайне нежелательным явлением по многочисленным причинам. При кипении криогенного топлива температура на внутренней поверхности покрытия  $\Gamma_{in}$  равна температуре фазового перехода, то есть,

$$T_1|_{\Gamma_{in}} = T_{\phi.n.} \quad (17)$$

Очевидно, что данное условие полностью аналогично условию (12), и расчета поля температур внутри массы топлива не требуется.

2. Стационарное пространственное поле температур твердого защищаемого тела  $\left(\frac{\partial T_2}{\partial \tau} = 0\right)$ . Этот случай является обобщением плоского случая, рассмотренного в работе [9]. Поле температур описывается уравнением эллиптического типа

$$\operatorname{div}(\lambda_2(T_2)\operatorname{grad}T_2) = q, \quad (18)$$

где индекс «2» указывает на принадлежность к защищаемому телу, а  $q$  – интенсивность возможных источников/стоков тепла. Граничные условия сопряжения должны быть поставлены хотя бы на части границы  $\Gamma_{12}$ :

$$T_1|_{\Gamma_{12}} = T_2|_{\Gamma_{12}}; \quad \lambda_1(T_1)\frac{\partial T_1}{\partial n}\bigg|_{\Gamma_{12}} = \lambda_2(T_2)\frac{\partial T_2}{\partial n}\bigg|_{\Gamma_{12}}. \quad (19)$$

Поскольку уравнение (18) допускает очевидную линеаризацию, описанную в работе [9], то для решения сформулированной для этого уравнения краевой задачи однозначно следует рекомендовать метод граничных элементов [10, 11].

3. Твердое теплопроводное защищаемое тело. В этом случае, если теплофизические свойства материала защищаемого тела постоянны, то для решения соответствующих краевых задач следует использовать метод граничных элементов. Но в случае нелинейных свойств материала авторы настоящей работы рекомендовали бы обратиться к методу конечных элементов [14], который лучше метода граничных элементов работает с нелинейными задачами, но в то же время менее чувствителен к сложности формы области, чем метод конечных разностей [13].

4. Случай постоянной по пространству температуры защищаемого тела. Данный случай предполагает, что защищаемое тело является жидким или газообразным и внутри него идут интенсивные процессы перемешивания (вынужденная конвекция). Имеем

$$c \frac{dT_2}{d\tau} = \int_{\Gamma_2} \lambda_1(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial n} dS, \quad (20)$$

где  $c$  – некоторая интегральная теплоемкость. Граничные условия на внутренней поверхности теплозащитного покрытия

$$T_1|_{\Gamma_{in}} = T_2. \quad (21)$$

5. Защищаемый объект со свободной и вынужденной конвекцией. Именно к этому классу относятся наиболее важные случаи применения теплозащитных покрытий, однако в подобных случаях основная трудность состоит уже в расчете свободной и вынужденной конвекции в области весьма сложной геометрической формы, для таких течений может быть рекомендован метод конечных элементов [14].

### **Анализ полученных результатов**

В настоящей работе получены три группы теоретических результатов: 1. Асимптотическая математическая модель (9), (10), ... 2. Семейство аналитических решений (11). 3. Результаты анализа алгоритмических особенностей расчета температур в защищаемом теле.

Теоретические и прикладные значения первых двух групп результатов совершенно очевидны в силу их аналитического характера. Что же касается третьей группы, то входящие в нее выводы и рекомендации носят, скорее, качественный характер и основаны на опыте работы авторов, а не на теоретическом или вычислительном анализе. Причиной тому являются сложность математических моделей и невозможность сформулировать тестовые задачи для сравнения эффективности различных численных методов. Обеспечение достоверности полученных численных результатов свелось к пересчетам всех численных примеров на удвоенных сетках, результаты каковых никогда не разнились более чем на 1%.

### **Выводы и анализ перспектив дальнейших исследований**

Основной вывод о целесообразности применения асимптотических математических моделей для расчета неасимптотически тонких теплозащитных покрытий подтверждается всеми результатами настоящей работы, равно как и предыдущими работами авторов. В то же время обнаружена неоднозначность выбора средств численного анализа температурных полей защищаемого объекта: в ряде случаев предпочтение следует отдать методу граничных элементов, а в некоторых случаях – методу конечных элементов.

Перспективы дальнейших исследований относятся к двум направлениям: 1. Усложнение свойств теплозащитных покрытий: рассмотрение многослойных покрытий, покрытий из композитных материалов, пористых покрытий и т. д. 2. Рассмотрение новых случаев защищаемых объектов и рациональный выбор расчетных схем для них.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Полежаев Ю. В. Тепловая защита / Ю. В. Полежаев, Ф. Б. Юревич. – М.: «Энергия», 1976. – 392 с.
2. Панкратов Б. М. Взаимодействие материалов с газовыми потоками / Б. М. Панкратов, Ю. В. Полежаев, А. К. Рудько. – М.: Машиностроение, 1975. – 224 с.
3. Полежаев Ю. В. Тепловое разрушение материалов / Ю. В. Полежаев, Г. А. Фролов. – К.: Изд-во ИПМ НАНУ, 2005. – 288 с.
4. Федоткин И. М. Асимптотические методы в задачах тепломассопереноса: / И. М. Федоткин, А. М. Айзен. – К.: Наукова думка, 1975. – 252 с.
5. Зино И. Е. Асимптотические методы в задачах теории теплопроводности и термоупругости / И.Е. Зино, Э.А. Тропп. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1978. – 224 с.
6. Беляев Н. М. Методы теории теплопроводности / Н. М. Беляев, А. А. Рядно. – М.: “Высшая школа”, 1982. – т. 1. – 327 с., т. 2. – 304 с.
7. Шеремет М. А. Сопряженные задачи естественной конвекции / М. А. Шеремет. – М.: Lambert, 2012. – 168 с.
8. Евдокимов Д. В. Анализ теплопроводности в неасимптотически тонком слое / Д. В. Евдокимов, Д. Н. Ивасишина, А. А. Кочубей, Н. В. Поляков // Диференціальні рівняння та їх застосування. – Дніпропетровськ: ДНУ, 2006. – с. 141-156.
9. Бразалук Ю. В. Об одной задаче теории теплоизоляции / Ю. В. Бразалук, А. И. Губин, Д. В. Евдокимов, О. А. Коваленко // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. – Выпуск 3 (104). – Днепропетровск, 2016. – С. 45-56.
10. Бенерджи П. Метод граничных элементов в прикладных науках / П. Бенерджи, Р. Баттерфилд. – М.: Мир, 1984. – 494 с.



11. Бреббия К. Методы граничных элементов / К. Бреббия, Ж. Теллес, Л. Вроубел. – М.: Мир, 1987. – 524 с.
12. Евдокимов Д. В. Анализ тенденций развития современного математического и численного моделирования / Д. В. Евдокимов, А. А. Кочубей, Н. В. Поляков // Вісник Дніпропетровського університету, №8, серія «Моделювання», Випуск 1, 2009. – С. 5-17.
13. Самарский А. А. Теория разностных схем / Самарский А. А. – М.: Наука, 1989. – 576 с.
14. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич. – М.: Мир, 1975. – 542 с.

#### REFERENCES

1. Polezhaev Yu. V. Teplovaya zaschita / Yu. V. Polezhaev, F. B. Yurevich. – М.: «Energija», 1976. – 392 s.
2. Pankratov B. M. Vzaimodeystvie materialov s gazovymi potokami / B. M. Pankratov, Yu. V. Polezhaev, A. K. Rudko. – М.: Mashinostroenie, 1975. – 224 s.
3. Polezhaev Yu. V. Teplovoe razrushenie materialov / Yu. V. Polezhaev, G. A. Frolov. – К.: Izd-vo IPM NANU, 2005. – 288 s.
4. Fedotkin I. M. Asimptoticheskie metodyi v zadachah teplomassop-erenosa: / I. M. Fedotkin, A. M. Ayzen. – К.: Naukova dumka, 1975. – 252 s.
5. Zino I. E. Asimptoticheskie metodyi v zadachah teorii teploprovodnosti i termouprugosti / I.E. Zino, E.A. Tropp. – L.:Izd-vo Leningr. un-ta,1978.– 224s.
6. Belyaev N. M. Metodyi teorii teploprovodnosti / N. M. Belyaev, A. A. Ryadno. – М.: “Vysshaya shkola”, 1982. – t. 1. – 327 s., t. 2. – 304 s.
7. Sheremet M. A. Sopryazhennyye zadachi estestvennoy konveksii / M. A. Sheremet. – М.: Lambert, 2012. – 168 s.
8. Yevdokymov D. V. Analiz teploprovodnosti v neasimptoticheski tonkom sloe / D. V. Yevdokymov, D. N. Ivasishina, A. A. Kochubey, N. V. Polyakov // Dyferentsialni rivniannia ta yikh zastosuvannia. – Dnipropetrovsk: DNU, 2006. – s. 141-156.
9. Brazaluk Iu. V. Ob odnoy zadache teorii teploizolyatsii / Iu. V. Brazaluk, A. I. Gubin, D. V. Yevdokymov, O. A. Kovalenko // Sistemnyie tehnologii.

Regionalnyi mezhvuzovskiy sbornik nauchnykh rabot. – Vypusk 3 (104). – Dnepropetrovsk, 2016. – S. 45-56.

10. Benerdzhi P. Metod granichnykh elementov v prikladnykh naukakh / P. Benerdzhi, R. Batterfild. – M.: Mir, 1984. – 494 s.

11. Brebbiya K. Metody granichnykh elementov / K. Brebbiya, Zh. Telles, L. Vroubel. – M.: Mir, 1987. – 524 s.

12. Yevdokymov D. V. Analiz tendentsiy razvitiya sovremennogo matematicheskogo i chislennogo modelirovaniya / D. V. Yevdokymov, A. A. Kochubey, N. V. Polyakov // Visnyk Dnipropetrovskoho universytetu, №8, seriia «Modeliuvannia», Vypusk 1, 2009. – S. 5-17.

13. Samarskiy A. A. Teoriya raznostnykh shem / Samarskiy A. A. – M.: Nauka, 1989. – 576 s.

14. Zenkevich O. Metod konechnykh elementov v tehnike / O. Zenkevich. – M.: Mir, 1975. – 542 s.

А.А. Надточій, Н.М. Великонська, Є.Д. Карягін

**МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ  
АКТИВНОСТІ КОМПОНЕНТІВ ОКСИДНИХ СИСТЕМ,  
ЕКВІВАЛЕНТНИХ ФОСФОРИТОВИМ РУДАМ**

*Анотація. Проведено комплексне теоретичне дослідження фосфоритів вітчизняних родовищ з метою обґрунтування технології електрохімічного виробництва ферофосфору. Здійснено моделювання існування рівноважних фаз у складній системі на основі оксиду фосфору. Підтверджена можливість використання фосфоритів вітчизняних родовищ у якості сировини для виробництва ферофосфору. Розглянуто закономірності та побудовано картографи зміни активності компонентів оксидних систем при змінних основності та складі. Отримано прогнозні математичні моделі для визначення активності компонентів у складних системах, що еквівалентні до фосфоритових руд.*

*Ключові слова: фосфоритові руди, фосфат кальцію, термодинамічне моделювання, активність, прогнозні моделі.*

**Постановка проблеми**

Використання фосфористих феросплавів порівно обмежене. Однак для отримання легованих фосфором сталей, зокрема автоматної А12, корозійностійкої будівельної 10ХНДП, 08ЮП для автомобільного листа та інш. Необхідно використання фосфористих феросплавів. В Україні ферофосфор не виробляють, а потреба у ньому покривається за рахунок імпортного постачання. Ферофосфор (15-24 % Р, 8-12 % Si залишок - Fe) отримують як супутний продукт виробництва жовтого фосфору, промисловий потенціал якого зосереджений у Казахстані і Росії. Одночасно з цим, виробництво жовтого фосфору електротермічним способом у світі суттєво скорочується. Це пов'язано із підвищенням вартості вихідної фосфоритової руди, ціни на електрику і витрат на екологічні заходи. В Україні жовтого фосфору і ферофосфору не існувало, але є родовища фосфоритів.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

Фосфоритами називаються осадові породи, що більш ніж на 50 % складаються з фосфатів кальцію. Фосфатам кальцію властивий широкий розвиток явищ ізоморфізму [1]. Найбільш поширеними мінералами фосфоритів є колофан і франколіт. Значні записи фосфоритів скупчені у Ізюмському районі Харківської області [2]. Із ряду причин їх видобуток припинився на початку тридцятих років минулого століття. Геологи виявили поблизу сіл Ізюмського району - Мала Камишеваха, Синичино, Яремівка залежі фосфоритів до 3 мільйонів тон у діючий речовині. При поділі за умовами залягання фосфороносною породи на Малокамишевському родовищі виділяють 4 основних ділянки, одною із яких є ділянка «Перемога» (4,5 км на південь від села Кам'янка). Автори робіт [3-5] за допомогою енергодисперсійного та рентгенофазного аналізів фазового складу фосфоритової руди ділянки «Перемога» ідентифікували фосфатну речовину і віднесли її до мінералу франколіту. Статистична обробка результатів визначення вмісту різних мінеральних утворень у пробах фосфоритової руди ділянки «Перемога» дозволили розташувати авторам [6] їх у ряд за поширенням, об'ємні .%: кварц – 46,4; франколіт – 27,9; глауконіт – 17,6; кальцит – 5,1; плагіоклаз – 1,4; ільменіт – 0,9; гідрогетит – 0,3, а також гідробіотит, апатит, хлорит, магнетит, гематит, пірит відповідно не перевищують 0,1%.

Деякі дослідники вважають, що франколіт має склад  $\text{Ca}_5(\text{PO}_4, \text{CO}_3)_3(\text{OH})$ . Інші вказують на наявність у франколіті, окрім групи (OH), фтору. Мінерал  $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$  групи апатиту входить у склад мінеральних утворень, які й називаються фосфорити [3]. Родовища фосфоритів відносять до екзогенних, тобто таких, що утворились внаслідок процесів осадонакопичень та вивітрювання. Проведення комплексних теоретичних та експериментальних досліджень з метою обґрунтування технології електрохімічного виробництва ферофосфору з використанням вітчизняних фосфоритів є обґрунтованою та актуальною задачею.

### Мета дослідження

Задача прогнозування термодинамічних характеристик оксидних розплавів є актуальною для самих різноманітних областей науки і

технології, особливо важною для технологій металургійної галузі. Взаємодія шлакової фази з металом повністю залежить від її складу і температури. Активна взаємодія шлаку і металу при високих температурах процесу приводить до зміни складу металу і це необхідно враховувати при розробці технології. Для прогнозування поведінки компонентів металевої і шлакової фаз важливо знати їх термодинамічні властивості, зокрема, активності компонентів шлакових розплавів. В роботі [7] викладена методика розрахунку активності компонентів у складних оксидних системах, еквівалентних фосфоритовим рудам. Метою даних досліджень є проведення більш детального аналізу і отримання прогнозних математичних моделей для визначення активності компонентів у складних системах, еквівалентних фосфоритовим рудам.

### **Викладення основного матеріалу дослідження**

Мінералогічний склад фосфоритової руди [6] представлений майже на 80% із трьох оксидів  $P_2O_5$ ,  $SiO_2$  і  $CaO$ , тому цю систему взяли за основу. Для більш повного теоретичного аналізу побудовані залежності активності компонентів (рис. 1, а) при вмісті 20%  $P_2O_5$  і температурі  $1400^\circ C$ . Окрім розрахунку активності для системи  $P_2O_5$ - $CaO$ - $SiO_2$  провели розрахунок рівноважного розподілу фаз в цій же системі з використанням термодинамічних баз даних “HSC Chemistry 6”. Результати розрахунків представлені на рис.1, б.

При основності вище 0,7 активність оксиду кальцію становиться більше активності оксиду фосфору (рис. 1, а). Стосовно розподілу фаз у цій же системі можна зазначити (рис. 2, б), що з підвищенням основності зменшується вміст вільного  $SiO_2$  з утворенням силікатів кальцію, а також зростає кількість міцної сполуки – трикальційфосфату  $Ca_3P_2O_8$ . Причому зі зростанням основності вище 0,7 вміст  $SiO_2$  становиться нижче вмісту трикальційфосфату, що повинно негативно впливати на відновлення фосфору. Таким чином, з точки зору термодинаміки для відновлення фосфору в заданій системі необхідна основність не вище 0,7, яку і взяли для подальших теоретичних досліджень.

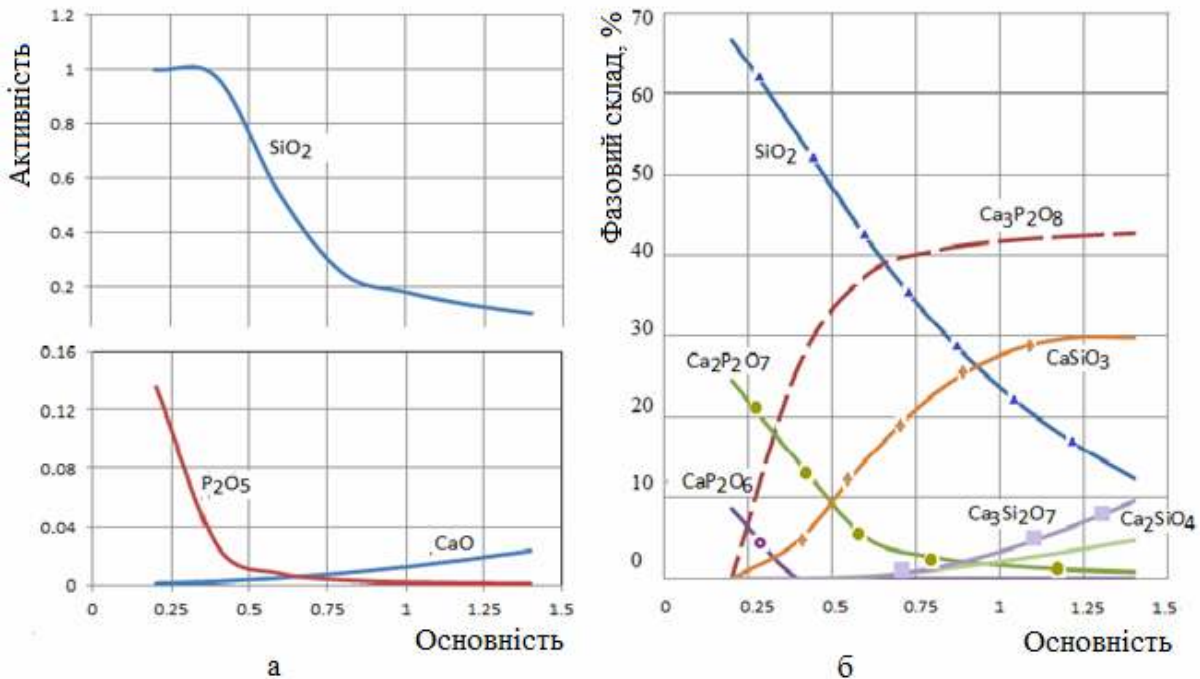


Рисунок 1 – Вплив основності на активність компонентів (а) і на рівноважний розподіл фаз (б) у системі  $P_2O_5$ -CaO-SiO<sub>2</sub> при вмісті 20%  $P_2O_5$  і  $T = 1400$  °C

Для дослідження впливу кількості  $P_2O_5$  в системі проведені розрахунки активності (рис.2, а) і рівноважного розподілу фаз (рис.2, б) у діапазоні вмісту  $P_2O_5$  від 5 до 40 %.

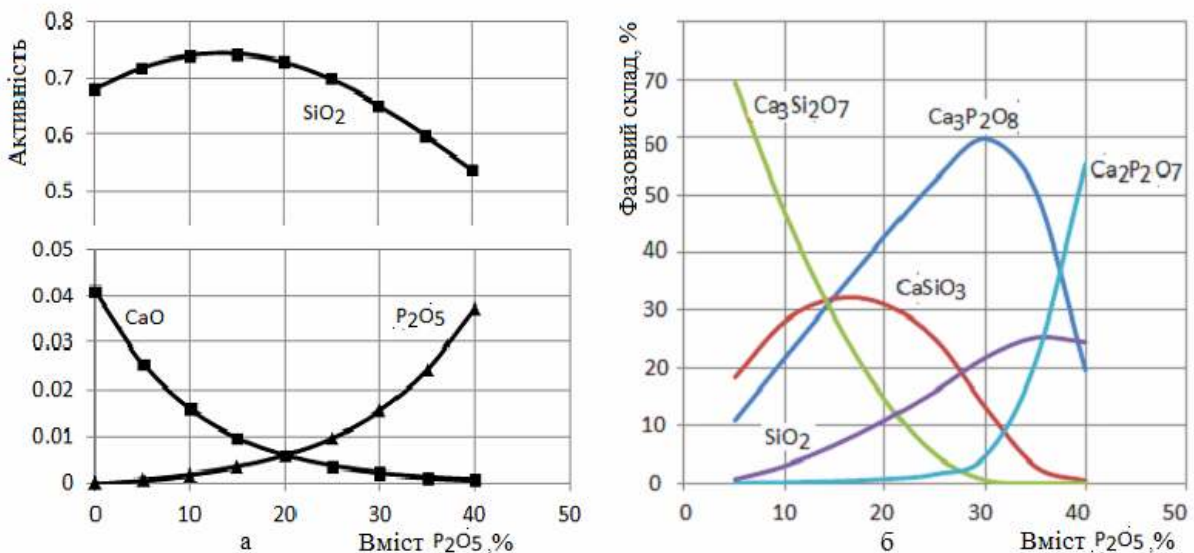


Рисунок 2 – Вплив вмісту  $P_2O_5$  на активність компонентів (а) і на рівноважний розподіл фаз (б) у системі  $P_2O_5$ -CaO-SiO<sub>2</sub> при  $T = 1400$  °C і  $B = 0,7$

Збільшення кількості  $P_2O_5$  в системі вище 20% приводить до того, що активність  $P_2O_5$  становиться вище активності  $CaO$ . Це підтверджується і даними по розподілу фаз – при 30%  $P_2O_5$  в системі вміст трикальційфосфату різко знижує свій вміст з утворенням менш міцної сполуки двакальційфосфату ( $Ca_2P_2O_7$ ). Збільшення кількості  $P_2O_5$  у системі також приводить до того, що силікати кальцію розпадаються з утворенням  $SiO_2$ . Таким чином, для відновлення фосфору із системи при основності 0,7 необхідний вміст  $P_2O_5$ , що вище 20%.

На рис. 3 представлена картограма зміни активності  $SiO_2$  (а),  $CaO$  (б) і  $P_2O_5$  (в) у системі  $P_2O_5$ - $CaO$ - $SiO_2$  від співвідношень основності і вмісту  $P_2O_5$ .

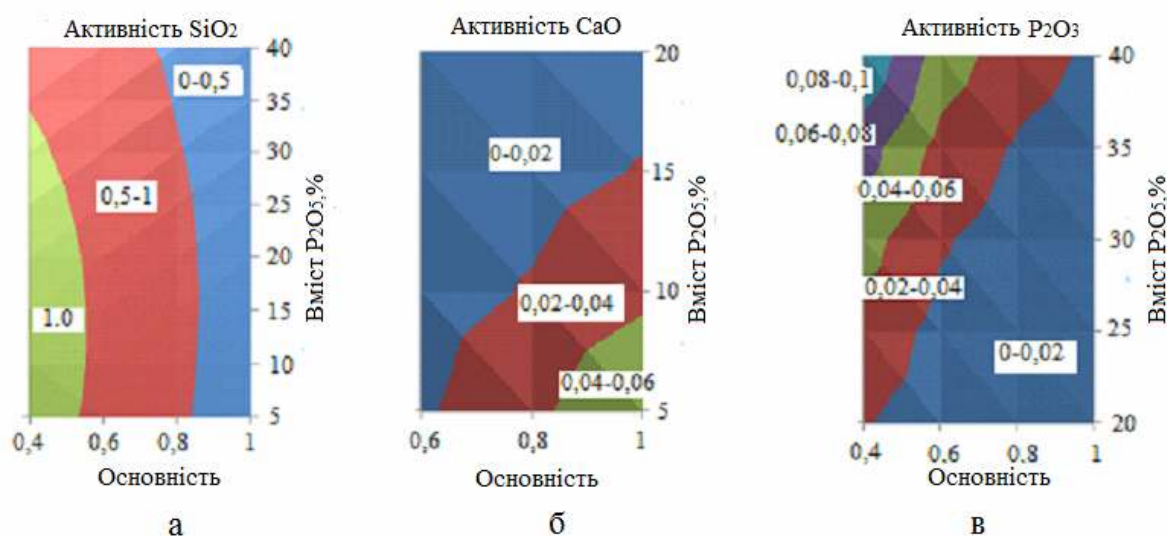


Рисунок 3 – Картограми зміни активності  $SiO_2$  (а),  $CaO$  (б) і  $P_2O_5$  (в) у системі  $P_2O_5$ - $CaO$ - $SiO_2$  від співвідношення основності і вмісту  $P_2O_5$  при  $T = 1400$  °C

У наших попередніх роботах [7,8] приведено результати розрахунків активності компонентів і рівноважного розподілу фаз при додаванні у дану трикомпонентну систему домішок компонентів  $MgO$ ,  $Al_2O_3$ . З використанням цих розрахункових даних і даних, отриманих при проведенні подальших розрахунків, отримано прогнозні моделі, що дозволяють прогнозувати з високим ступенем точності активність оксидів кремнію, фосфору і кальцію шлакових розплавів у діапазоні складу шлаків: %,  $P_2O_5$  10 – 50,  $Al_2O_3$  0 – 18,  $MgO$  0 – 15,  $MnO$  0 – 9, основність 0,2 – 1,4 і температурах 1000 – 1600 °C:

$$\lg a_{\text{SiO}_2} = -0,67 - 1,144 \cdot B - 0,85 \cdot X_{\text{Al}_2\text{O}_3} + 0,653 \cdot \frac{T}{1000}, R = 0,929 \quad (1)$$

$$\lg a_{\text{P}_2\text{O}_5} = -2,09 + 2,514 \cdot X_{\text{Al}_2\text{O}_3} - B + 4,977 \cdot X_{\text{P}_2\text{O}_5}, R = 0,843 \quad (2)$$

$$\lg a_{\text{P}_2\text{O}_5} = -2,193 + 0,869 \cdot B - 0,753 \cdot X_{\text{Al}_2\text{O}_3} - 5,205 \cdot X_{\text{P}_2\text{O}_5}, R = 0,95 \quad (3)$$

Множинні коефіцієнти кореляції вказують на досить сильний зв'язок всього набору факторів з кінцевим результатом.

### Висновки

1. Склад вітчизняних фосфоритових руд представлений майже на 80% із трьох оксидів  $\text{P}_2\text{O}_5$ ,  $\text{SiO}_2$  і  $\text{CaO}$ . Для відновлення фосфору із цієї системи необхідно підтримувати основність не вище 0,7, вміст  $\text{P}_2\text{O}_5$  не менше 20%.

2. Розглянуто закономірності і побудовані картограми зміни активності компонентів оксидних систем при змінних основності і складі системи.

3. Отримано математичні моделі, що дозволяють прогнозувати із достатнім ступенем точності активність оксидів кремнію, фосфору і кальцію в діапазоні складу шлаків: %,  $\text{P}_2\text{O}_5$  10 – 50,  $\text{Al}_2\text{O}_3$  0 – 18,  $\text{MgO}$  0 – 15,  $\text{MnO}$  0 – 9, основністю 0,2 – 1,4 і температурах 1000 – 1600 °C.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Геологическая энциклопедия: Фосфориты. – Режим доступа: [http://dic.academic.ru/dic.nsf/enc\\_geolog/19566](http://dic.academic.ru/dic.nsf/enc_geolog/19566) - 15.02.2019г. – Загл. с экрана.

2. «Изюмские фосфориты» будут возрождать на Харьковщине добычу фосфоритов. – Режим доступа: <http://www.mediaport.ua/print/12438> - 15.02.2019г. – Загл. с экрана.

3. Петрографические исследования минерального состава фосфоритовой руды как сырья для выплавки феррофосфора / А.Ю. Пройдак, О.И. Поляков, М.И. Гасик, Т.А. Олейник, В.И. Харитонов // Металлургическая и горнорудная промышленность. - 2009. - №4. - С. 32-35.

4. Гасик М.И. Рентгеноспектральный микроанализ минеральных образований фосфоритов как сырья для электротермического производства феррофосфора / М.И. Гасик, А.Ю. Пройдак // Металлургическая и горнорудная промышленность. - 2007. - №3. - С. 34-38.



5. Поляков О.И. Исследования кристаллоструктурных превращений фосфорита Малокамышеватского месторождения методами термогравиметрического и рентгеноструктурного анализов / О.И. Поляков, А.Ю. Пройдак, М.И. Гасик // *Металлургическая и горнорудная промышленность*. - 2009. - № 3. - С. 78-83.

6. Пройдак А.Ю. Исследования минералогического состава фосфористой руды Малокамышеватского месторождения для выплавки феррофосфора // Пройдак А.Ю. // *Теория и практика металлургии*. – 2013. - №5,6. – С. 27-29.

7. Надточий А.А. Термодинамическое моделирование в сложных оксидных системах, эквивалентных фосфористым рудам / А.А. Надточий, Н.М. Великонская, Е.Д. Карягин // *Сучасні проблеми металургії*. – 2018. – №21 (випуск 1). – С. 44-49.

8. Nadtochiy A.A. Analysis of the equilibrium distribution of phases of the system Fe-P-C in the preparation of phosphoric ferroalloys / A.A. Nadtochiy, N.M. Velikonskaya // *Системні технології: регіональний міжвузівський збірник наукових праць*. – 2018. – № 4(117). – С. 45-51.

#### REFERENCES

1. Geologicheskaya entsiklopediya: Fosforityi. – Rezhim dostupa: [http://dic.academic.ru/dic.nsf/enc\\_geolog/19566](http://dic.academic.ru/dic.nsf/enc_geolog/19566) - 15.02.2019g. – Zagl. s ekrana

2. «Izyumskie fosforityi» budut vrozhdnat na Harkovschine dobychu fosforitov. – Rezhim dostupa: <http://www.mediaport.ua/print/12438> - 15.02.2019g. – Zagl. s ekrana

3. Petrograficheskie issledovaniya mineralnogo sostava fosforitovoy rudyi kak syirya dlya vyiplavki ferrofosfora / A.Yu. Proydak, O.I. Polyakov, M.I. Gasik, T.A. Oleynik, V.I. Haritonov // *Metallurgicheskaya i gornorudnaya promyshlennost*. - 2009. - №4. - P. 32-35.

4. Gasik M.I. Reitgenospektralniy mikroanaliz mineralnyih obrazovaniy fosforitov kak syirya dlya elektrotermicheskogo proizvodstva ferrofosfora / M.I. Gasik, A.Yu. Proydak // *Metallurgicheskaya i gornorudnaya promyshlennost*. - 2007. - №3. - P. 34-38.

5. Polyakov O.I. Issledovaniya kristallostrukturnykh prevrascheniy fosforita Malokamyishevagского mestorozhdeniya metodami termogravimetricheskogo i rentgenostrukturnogo analizov / O.I. Polyakov, A.Yu. Proydak, M.I. Gasik // Metallurgicheskaya i gornorudnaya promyshlennost. -2009. – №3.-P. 78-83.

6. Proydak A.Yu. Issledovaniya mineralogicheskogo sostava fosforistoy rudy Malokamyishevatskogo mestorozhdeniya dlya vyiplavki ferrofosfora// Proydak A.Yu./Teoriya i praktika metallurgii. – 2013. -№ 5,6. – P. 27-29.

7. Nadtochiy A.A. Termodinamicheskoe modelirovanie v slozhnykh oksidnykh sistemah, ekvivalentnykh fosforistym rudam / A.A. Nadtochiy, N.M. Velikonskaya, E.D. Karyagin // Suchasni problemy metalurhii. – 2018. – №21 (vypusk 1). – P. 44-49.

8. Nadtochiy A.A. Analysis of the equilibrium distribution of phases of the system Fe-P-C in the preparation of phosphoric ferroalloys / A.A. Nadtochiy, N.M. Velikonskaya // Systemni tekhnolohii: rehionalnyi mizhvuzivskyi zbirnyk naukovykh prats. – 2018. – № 4(117). – P. 45-51.

## КОНЕЧНЫЕ АВТОМАТЫ С НЕБИНАРНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ МНОЖЕСТВ

*Аннотация. Уточнено определение классического конечного автомата в части свойств элементов его множеств. Предложены модели, описаны свойства конечных автоматов с небинарными элементами множеств состояний, входов, выходов, управлений и функций, которые образуют автомат. Описаны механизмы параметрической и структурной адаптации предложенных автоматов. Активность выходов автомата определена в окрестности активного состояния и на различных временных интервалах. Ключевые слова: конечные автоматы, элементы множеств конечных автоматов, функции конечных автоматов.*

### Введение

Конечные автоматы это формализм, который на протяжении многих лет широко применяется для описания и моделирования как программной, так и аппаратной логики поведения технических систем [1, 2]. Конечные автоматы выполняют функции преобразователей и классификаторов информации, распознавателей входных цепочек данных и другие [3, 4]. Многообразие применений приводит к появлению новых видов [5, 6] автоматов. Перспективно использование конечных автоматов для построения когнитивных систем управления [7, 8], что заставляет еще раз пересмотреть возможности этой замечательной конструкции в целях расширения функций реализуемого автоматом поведения и уменьшения размерности множества его состояний.

В области приложений конечных автоматов для управления чаще всего применяется автоматы типа преобразователь (transducer). Такие автоматные преобразователи определяются как кортеж [4]

$$A = \langle S, X, Y, s_0, \delta, \lambda \rangle, \quad (1)$$

где  $S$  – конечное непустое множество (состояний);  $X$  – конечное непустое множество входов (входной алфавит);  $Y$  – конечное непустое множество выходов (выходной алфавит);  $s_0 \in S$  – начальное состояние;  $\delta: S \times X \rightarrow S$  – функция переходов;  $\lambda: S \times X \rightarrow Y$ ,  $\lambda: S \rightarrow Y$  – функции выходов автоматов Мили и Мура, соответственно.

Итак, конечноавтоматный преобразователь описывается тремя множествами  $S$ ,  $X$ ,  $Y$  и двумя функциями  $\delta$ ,  $\lambda$ . Вместе с тем, в этом и других известных определениях конечного автомата не описываются свойства элементов его множеств. Например, что характеризует элемент множества входов? Какие значения может принимать вход? Какова взаимосвязь во времени и причинно-следственные отношения между изменениями значений элементов множеств автомата?

Цель настоящей работы состоит в расширении области поведения, которые описываются с помощью конечного автомата путем модификации свойств элементов его автоматных множеств и функций.

### **Конечные автоматы с множествами бинарных элементов**

Анализ поведения известных автоматов указывает на бинарный тип элементов образующих автомат множеств. Так элемент множества состояний кроме уникального имени (наименования, обозначения) в каждый момент времени характеризуется значением-статусом (активен, пассивен).

Если состояние активно, то выполняются выходы, с которыми связано это состояние (автоматы Мура). Если состояние пассивно, то выходы не выполняются. То есть статус выходов тоже бинарный (выполняются, не выполняются). Для элементов множества входов существенной характеристикой является осуществимость (воплощение описуемого входом события, актуализация входа). Используемые значения входа (актуален или не актуален) также свидетельствуют о его бинарности.

Пример графа автомата и типовая взаимосвязь между изменениями в элементах множеств автомата приведена на рис.1. Автомат имеет три состояния  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  в которых исполняются выходы  $Y_1$ ,  $Y_2$ ,  $Y_3$  и два входа  $X_1$ ,  $X_2$ . Из рис. 1 следует, что осуществление входа  $X_1$  в момент времени  $t1$  есть причина перехода автомата из состояния  $S_1$  в состояние  $S_2$ ,

прекращения выхода  $Y_1$  и исполнении выхода  $Y_2$ . Активность состояния  $S_2$  завершается в момент времени  $t_2$  осуществления входа  $X_2$ . В этот же момент начинается активность состояния  $S_3$ . То есть выход выполняется только на интервале активности соответствующего состояния. Такая «черно-белая» картина встречается в практике проектирования достаточно редко. Более реалистичное поведение системы управления предполагает, что интервалы исполнения выходов не совпадают по времени с интервалами активности состояний. Во-первых, алгоритмы опережающего управления учитывают «первые ласточки» - предшественники грядущего события, его вероятностные характеристики которые вызывают опережающее исполнение выходов.

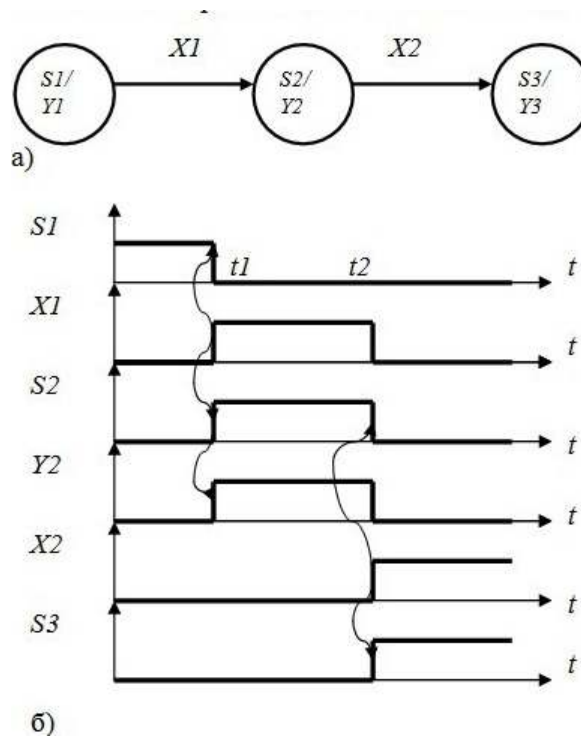


Рисунок 1 - Фрагмент графа автомата (а) и типовая взаимосвязь между изменениями в элементах множеств автомата (б)

Во-вторых, исполнение выходов может продолжаться, пусть в уменьшенном объеме, и после завершения активности состояния. В третьих, активность некоторого состояния может активизировать исполнение нескольких выходов с различными моментами начала и продолжительности интервала исполнения. Примером может служить автомат управления светофором на пешеходном перекрестке, который имеет два

состояния  $S_0$  – «ожидание» и  $S_1$  – «переход». В состоянии «переход» активизируются три выхода, которые приведены в табл.1. применительно к светофору для транспорта. В табл.1 обозначено:  $t_0, t_3$  – момент начала и окончания активности состояния «переход». Причем  $t_3 > t_2 > t_1 > t_0$ .

Таким образом, свойства элементов множеств, которые образуют конечный автомат, существенно влияют на реализуемое автоматом поведение и их необходимо указывать при его описании.

Таблица 1

Интервалы активности выходов в состоянии «переход»

Наименование интервала	Интервал исполнения выхода	
	Начало	Завершение
«Желтый 1»	$t_0$	$t_1$
«Красный»	$t_1$	$t_2$
«Желтый 2»	$t_2$	$t_3$

Стандартное поведение, в котором выходы осуществляются только в активном состоянии, характерно для автоматов с бинарными элементами множеств.

### Автоматы с небинарными элементами множеств

Рассмотрим конечные автоматы, которые образуются из множеств небинарных элементов. При арности равной трем такие элементы называют тернарными. Тернарный элемент множества входов может иметь множества значений {осуществился, вероятен, не осуществился} или {нет, ожидается, есть}. А тернарный элемент множества состояний может принимать значения из множества {пассивен, подготовка/последствие, активен}. Значения бинарных выходов {осуществляются, не осуществляются} дополняются в множествах с тернарными новым значением «особое осуществление». Содержание такого выхода зависит от контекста решаемой задачи. Осуществление выхода может быть реализовано в неполном объеме или в измененном временном интервале относительно интервала активности состояния. Следует отметить, что арность элементов различных множеств одного автомата может быть различной. Например, элементы множеств  $X, S$  – тернарные, а множества  $Y$  – бинарные. Различные варианты арности элементов множеств автомата позволяют разнообразить варианты его поведения.

Тернарность и более высокая арность элементов множеств автомата может быть использована для построения адаптивных автоматов, поведение которых зависит от значений входов. С этой целью пересмотрим определение состояния автомата. Известные [4] определения состояния автомата («класс эквивалентности его входных историй», «концентрированное прошлое») ориентированы на предисторию входов.

Предлагается рассматривать состояние одновременно с позиций предистории входов, текущего состояния выходов и постистории состояний, которые описываются соответственно, функциями активации  $\mu$ , выходов  $\lambda$  и структуры  $\sigma$ .

Функция активации  $\mu$  устанавливает логику определения значения состояний в активном переходе и его окрестностях в зависимости от значений некоторого подмножества состояний и текущих значений входов  $X$ . Если значения состояний упорядочены в направлении от «пассивное» к «активное», то в результате перехода значение прошлого и текущего состояния уменьшается (приближается к «пассивному»), а будущего – увеличивается (приближается к «активному»).

Функция выходов  $\lambda$  определяет значение выходов в  $i$  – м состоянии как номер подмножества  $Y_i$  выходов  $i$  – го состояния, которые исполняются во время нахождения автомата в этом состоянии с учетом значения состояния, полноты реализации, типа и параметров интервала активности выходов относительно интервала постоянства значения состояния.

Функция структуры  $\sigma$  задает логику переходов от одного активного состояния к другому. Эта логика задается подмножествами входов  $X_i$ , которые разрешены в процессе выполнения перехода из  $i$  – го состояния при текущем значении активного состояния. Разрешение формируется с помощью входов управления из множества  $S$ . Функцию  $\sigma$  можно рассматривать как фильтр будущих событий, которые являются причиной переходов. Фильтр выделяет из множества входов  $X$  некоторое подмножество входов  $X_{ic}$ , на которые будет реагировать автомат, находящийся в этом ( $i$  – ом) состоянии, игнорируя изменения значений других входов. Изменение фильтра в результате изменения значений входов управле-

ния приводит к изменению структуры автомата и является механизмом его структурной адаптации.

Таким образом, конечный автомат можно определить как

$$A = \langle X, Y, S, s_0, C, c_0, F \rangle, \quad (2)$$

где  $C$  – множество управлений;  $c_0$  – начальное управление;  $F$  – множество функций автомата в его состояниях. Состояния являются той частью автомата, где производится обработка поступающей информации. Недаром англоязычный термин «FSM – Finite State Machine» дословно переводится как «конечная машина состояний».

Элемент  $f_i$  множества  $F$  для  $i$  –го состояния определим через функции этого состояния

$$f_i = \langle \mu_i, \lambda_i, \sigma_i \rangle. \quad (3)$$

Рассмотрим основные положения использования функций автомата:

1. Аргументами функций FSM являются значения состояний, входов и управлений автомата.

2. При инициализации FSM состоянию  $s_0$  присваивается значение «активен», а остальным состояниям – «пассивен». Кроме того автомат настраивается на начальное управление  $c_0$ .

3. В любой момент времени в FSM имеется только одно активное состояние.

4. Функции активации и структуры выполняются только в активном состоянии, а функция выходов – во всех состояниях, значение которых отличается от пассивного.

5. Функция активации вычисляет значения состояний в активном состоянии и его окрестностях, то есть на некотором расстоянии от активного состояния. Под расстоянием  $R_{ij}$  между состояниями  $S_i$  и  $S_j$  будем понимать количество переходов на кратчайшем пути между ними. Так расстояние между состояниями  $S_1$  и  $S_3$  автомата, граф которого приведен на рис.1а равно двум, а между состояниями  $S_1$  и  $S_2$  – одному. В состояниях находящихся на превышающем предельно разрешенное расстоянии от активного состояния устанавливается значение «пассивен».



Рассмотрим характеристики этих функций FSM. Значение  $i$ -го состояния после активации определим с помощью функции  $\mu_i$

$$v_{si} = \mu_i(n_i, a_t, V_{xi}, V_{sj}, R_{ij}), \quad (4)$$

где  $n_i$  – количество значений  $i$ -го состояния;  $a_t$  – тип активации (по максимальному, приоритетному значению или взвешенной сумме значений активирующих входов с учетом или без учета значений прошлых состояний);  $V_{xi}$  – множество значений входов, которые активируют данное состояние;  $V_{sj}$  – множество значений состояний, которые связаны с активирующими входами.

Функция выходов  $\lambda_i$ , определяет значения выходов  $i$ -го состояния в зависимости от значения данного состояния  $v_{yi} = \lambda_i(v_{si})$ . Значение  $v_{yi}$  определяет вариант номенклатуры  $Y_{iv}(v_{yi})$  исполняемых выходов, полноту  $B_i(v_{yi})$  и временной интервал  $t_{bi}(v_{yi})$ ,  $t_{ei}(v_{yi})$  их реализации.

Номенклатура исполняемых выходов есть подмножество  $Y_{iv}(v_{yi}) \in Y_i$ . Полнота реализации  $B_i$  характеризует некоторый параметр выхода (например, амплитуду, мощность) относительно его предельного значения. Интервал времени  $[t_{bi}, t_{ei}]$  реализации выходов задается временами начала  $t_{bi}$  и окончания  $t_{ei}$  окончания или смещениями относительно интервала постоянства значения текущего состояния. Примеры типов интервала активности выходов приведены на рис. 2.

Функция структуры устанавливает подмножество входов автомата  $X_{ic} = \sigma(v_i, c_i)$ , которые разрешены для перехода из  $i$ -го состояния при его значении  $v_i$  и управлении  $c_i$ . При визуализации автомата графом, исходящие дуги вершины графа, относящиеся к каждому фильтру, могут быть выделены визуально, например цветом или типом линий. Это повысит читабельность графа.

В классическом описании конечного автомата нет указаний о том, как используются выходы автомата. Предполагается, что выходы воздействуют на объект управления. При построении интегрированных систем управления появляются дополнительные варианты использования выходов: управление автоматами, которые расположены на более низких уровнях иерархии управления; трансформация выхода во входы  $X$  и  $C$  своего или других автоматов на текущем уровне; выдача осведомитель-

ной информации о своем состоянии на более высокий уровень в иерархии управления.

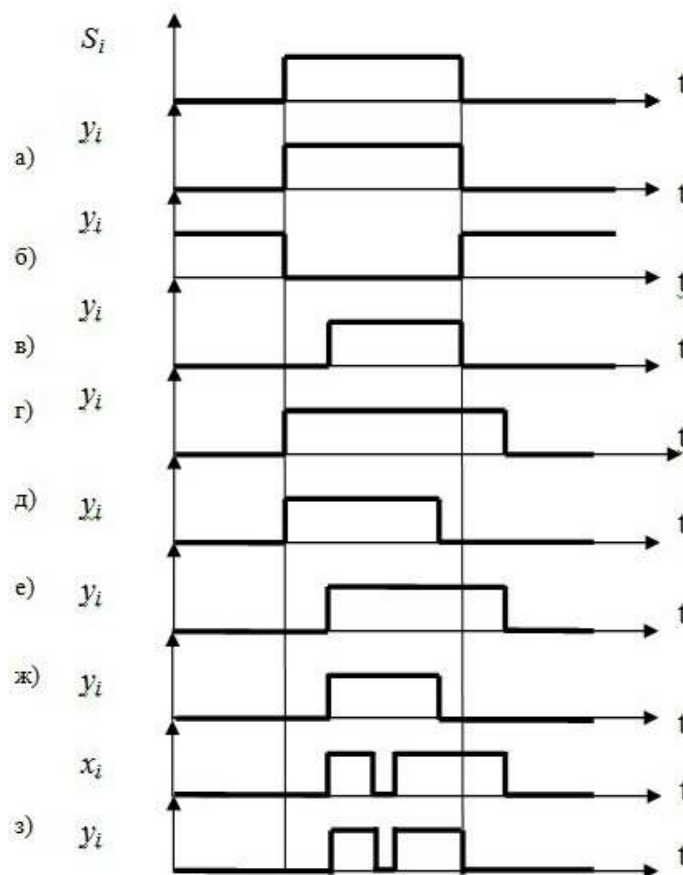


Рисунок 2 - Типы интервалов активности выходов:

а – совпадение; б – инверсия; в – задержка начала; г - задержка окончания;  
д – досрочное завершение; е – комбинация типов «в» и «г»,  
ж - комбинация типов «в» и «д», з - логическое «И» с активностью входа

### Выводы

В описание конечного автомата введено значение элементов множеств образующих автомат. Показано, что в известных автоматах элементы множеств входов, выходов и состояний принимают одно из двух значений, то есть являются бинарными.

Предложено увеличить арность значений элементов множеств автомата. Это позволило описать поведение автомата, в котором выходы автомата исполняются не только в активном состоянии, но и в некоторой окрестности состояний. Такое поведение задает последствие состоя-

ний после завершения их активности и подготовительные операции выходов перед вероятным или возможным переходом в это состояние.

В описание выходов автомата введены параметры, которые характеризуют временной интервал активности выхода относительно интервала активности и значения состояния. Управление значениями этих параметров позволяет выполнить параметрическую адаптацию автомата.

В описание автомата введены множества функций состояний и управлений, выделено начальное управление. Элемент множества функции состояний описывает для данного состояния функции активации, выходов и структуры. Функции структуры задают структуру переходов из активных состояний в процессе структурной адаптации автомата.

В последующих работах предполагается описать программные шаблоны для реализации предложенных конечных автоматов в интегрированных системах управления.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Wright, David R. (2005). "Finite State Machines" CSC215 Class Notes. David R. Wright website, N. Carolina State Univ. Электронный ресурс. Режим доступа <http://www4.ncsu.edu/~drwrigh3/docs/courses/csc216/fsm-notes.pdf>.
2. Глушков В.М. Синтез цифровых автоматов. — М.: ГИФМЛ, 1962. — 476 с.
3. Keller, Robert M. (2001). "Classifiers, Acceptors, Transducers, and ncers". Computer Science: Abstraction to Implementation. Harvey Mudd College. p. 480. [Электронный ресурс]. Режим доступа <https://www.cs.hmc.edu/~keller/cs60book/All.pdf>.
4. Карпов, Ю. Г. Теория автоматов. [Текст]. — СПб., Питер, 2002. — 224 с.
5. Branicky M. S. Handbook of Networked and Embedded Control Systems, chapter "Introduction to hybrid systems", pages 91–116. Birkhauser, 2005.
6. Поляков М.А., Андриас И.А. Теоретико-множественные модели функциональных структур гибридных автоматов систем управления // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. - Випуск 3 (116). - Дніпро, 2018. - С. 146 - 152.

7. Поляков М.А. Теоретико-множественные модели функциональных структур систем когнитивного управления. // Дніпро, «Системні технології».- 2017, №3(110), с. 16–23.

8. Поляков М. А. Когнитивное управление на основе динамического комплекса целей: структуры и модели / М. А. Поляков // Електротехнічні та комп'ютерні системи. - 2018. - № 28. - С. 127-133.

#### REFERENCES

1. Wright, David R. (2005). "Finite State Machines" CSC215 Class Notes. David R. Wright website, N. Carolina State Univ. [Electronic resource]. Access mode <http://www4.ncsu.edu/~drwrigh3/docs/courses/csc216/fsm-notes.pdf>.

2. Glushkov V.M. Sintez tsifrovyykh avtomatov. — M.: GIFML, 1962. — 476 s.

3. Keller, Robert M. (2001). "Classifiers, Acceptors, Transducers, and ncers". Computer Science: Abstraction to Implementation. Harvey Mudd College. p. 480. [Electronic resource]. Access mode <https://www.cs.hmc.edu/~keller/cs60book/All.pdf>.

4. Karpov, YU. G. Teoriya avtomatov. [Tekst]. – SPb., Piter, 2002. – 224 p.

5. Branicky M. S. Handbook of Networked and Embedded Control Systems, chapter "Introduction to hybrid systems", pages 91–116. Birkhauser, 2005.

6. Polyakov M.A., Andrias I.A. Teoretiko-mnozhestvennyye modeli funktsional'nykh struktur gibridnykh avtomatov sistem upravleniya .// Sistemni tekhnolohiyi. Rehional' nyy mizhvuzivs' kyy zbirnyk naukovykh prats' . - Vypusk 3 (116). - Dnipro, 2018. P. 146 - 152.

7. Polyakov M.A. Teoretiko-mnozhestvennyye modeli funktsional'nykh struktur sistem kognitivnogo upravleniya. //«Sistemni tekhnolohii». Rehional' nyy mizhvuzivs' kyy zbirnyk naukovykh prats' .- №3(110), Dnipro, 2017. P. 16–23.

8. Polyakov M. A. Kognitivnoye upravleniye na osnove dinamicheskogo kompleksa tseley: struktury i modeli // Yelektrotekhnichni ta komp'yuterni sistemi. - 2018. - № 28. - P. 127-133.

## OPTIMAL REGRESSORS SEARCH SUBJECTED TO VECTOR AUTOREGRESSION OF UNEVENLY SPACED TLE SERIES

*An iterative procedure of the parametric identification of autoregressive models with unequally spaced observations has been developed. The task of the Sich-2 spacecraft dynamics modeling using its unequally spaced TLE elements is considered. For all elements, satisfactory quality models were obtained.*

### Introduction

The problem of improving the accuracy of forecasting the satellite position is relevant for the tasks of determining time of their existence, cataloging space debris, navigation, etc.

The only open source of orbital data for solving such problem are the two-line elements (TLE), which regularly and promptly are updated on the website of the American Space Monitoring System (SSS) [1]. The values of the orbit parameters contained in the TLE files are calculated by averaging over specific SGP4 or SDP4 models [2].

Prediction techniques based on statistical models of time series [3, 4], or on methods of machine learning [5, 6], are aimed at modeling and reproducing the missing dynamics of previously calculated approximations of SGP4 or SDP4 models. This combination improves the accuracy of conventional numerical, analytical, and semi-analytical methods for determining the position and velocity of any satellite or space debris object.

A distinctive feature of TLE-elements series is their time positioning not on a uniform temporal grid, but with irregular time intervals between observations, so-called "unequal observations". When solving problems of modeling time series with non-equal observations, they usually try to move to a uniform grid based on various local approximation procedures on a sliding interval [7]. In this way, the problem of choosing the type and optimal order of

the smoothing polynomial arises, and so, in fact another replaces the previous task. When building statistical models of TLE elements series, this distinctive feature can be used to modify parameter estimation procedures.

The development of a method for constructing autoregressive models with unequally spaced time observations and its application in modeling the dynamics of large fragments of space debris in the problem of their removal from orbits is the goal of this work.

### Major part

#### 1 A priori assumptions about a dynamic object represented by TLE elements series

Assume the functioning of a dynamic object obeys the law in the form of an autoregressive equation

$$x_i^* = \begin{pmatrix} x_{i-1}^*, x_{i-2}^*, \dots, x_{i-p}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_{1i}^0, \theta_{2i}^0, \dots, \theta_{pi}^0 \end{pmatrix}^T + \zeta_{i-1} = \mathbf{Z}_{i,\bullet}(p) \mathbf{\Theta}_{\bullet,i}(p) + \zeta_{i-1}, (1)$$

where  $x_i^*$  is unobserved value of the output variable of the object at discrete time  $t = t_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $n$  is total number of observations;  $p$  is the number of previous values of the output variable, which affects its current value;  $\zeta_{i-1}$  is unobserved random variable.

In the model of functioning process (1), the  $(n \times p)$ -matrix  $\mathbf{Z}(p)$  is the matrix  $p$  of the previous unobserved values of the variable:

$$\mathbf{Z}(p) = \begin{bmatrix} x_0^* & x_{-1}^* & \cdots & x_{1-p}^* \\ x_1^* & x_0^* & \cdots & x_{2-p}^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{i-1}^* & x_{i-2}^* & \cdots & x_{i-p}^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n-1}^* & x_{n-2}^* & \cdots & x_{n-p}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{1,\bullet}(p) \\ \mathbf{Z}_{2,\bullet}(p) \\ \vdots \\ \mathbf{Z}_{i,\bullet}(p) \\ \vdots \\ \mathbf{Z}_{n,\bullet}(p) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

where,  $\mathbf{Z}_{i,\bullet}(p)$  represents the row  $\mathbf{Z}(p)$ , the first element of which is  $x_{i-1}^*$ ; in the designation of this matrix, "  $p$  " means that the formation of a quantity  $x_i^*$

involves  $p$  quantities of  $x_{i-1}^*, x_{i-2}^*, \dots, x_{i-p}^*$ , i.e., the  $i$ -th  $(p \times 1)$ -matrix row is multiplied by the  $i$ -th  $(p \times 1)$ -matrix column  $\overset{\circ}{\Theta}(p)$ .

Assume  $\tau_i = t_i - t_{i-1}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  are the values of the time intervals between adjacent pairs of observations.

Suppose  $(p \times 1)$ -vector of coefficients  $\overset{\circ}{\Theta}_{\bullet,i}(p)$  fulfill the equality:

$$\overset{\circ}{\Theta}_{\bullet,i}(p) = \left( \overset{\circ}{\theta}_{1i}, \overset{\circ}{\theta}_{2i}, \dots, \overset{\circ}{\theta}_{pi} \right)^T = \left( \theta_1^{\mu_i}, \theta_2^{\mu_i}, \dots, \theta_p^{\mu_i} \right)^T, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

where

$$\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p)^T \quad (4)$$

is  $(p \times 1)$ -vector of unknown deterministic coefficients that must be determined by the results of the object;  $\mu_i = \tau_i / \delta_t$  is the exponent in which the vector components  $\boldsymbol{\theta}$  are raised;  $\delta_t$  is some given value.

For example, if we take  $\delta_t$  equal to the average value of the time intervals between adjacent pairs of observations:

$$\delta_t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tau_i = \frac{1}{n} (t_n - t_0), \quad (5)$$

then this value will correspond to the time interval of observations in the case of equidistant observations, i.e.  $\mu_i = 1$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$

Taking into account (2)–(5) the law of functioning (1), according to which the output variable is formed, is written in the form

$$x_i^* = \mathbf{Z}_{i,\bullet}^*(p) \left( \theta_1^{\mu_i}, \theta_2^{\mu_i}, \dots, \theta_p^{\mu_i} \right)^T + \zeta_{i-1}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (6)$$

where  $\boldsymbol{\theta}$  is  $(p \times 1)$ -the vector of unknown deterministic coefficients.

Introduce the notation

$$\bar{x}_i = \mathbf{Z}_{i,\bullet}^*(p) \left( \theta_1^{\mu_i}, \theta_2^{\mu_i}, \dots, \theta_p^{\mu_i} \right)^T; \quad (7)$$

given (7), then write (6)

$$x_i^* = \bar{x}_i + \zeta_{i-1}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (8)$$

Add another notation

$$\mathbf{x}^* = (x_{i-1}^*, x_{i-2}^*, \dots, x_{i-p}^*)^T, \quad \bar{\mathbf{x}} = (\bar{x}_{i-1}, \bar{x}_{i-2}, \dots, \bar{x}_{i-p})^T, \quad (9)$$

$$\zeta(-1) = (\zeta_0, \zeta_1, \dots, \zeta_{n-1})^T, \quad (10)$$

where  $\zeta(-1)$  is the unobserved random  $(n \times 1)$ -vector; “-1” means that the quantity  $\zeta(-1) = \zeta_{i-1}$  in (1) and (8) additively participates in the formation of the quantity  $x_i^*$ .

Considering (9)–(10), we write the model of functioning in the vector form

$$\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{x} + \zeta(-1), \quad (11)$$

where  $\bar{\mathbf{x}}$  is the unobservable component of the  $(n \times 1)$ -vector of the variable values.

For observations of the output variable of the object, the next equation is introduced:

$$x_i^* = x_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (12)$$

where  $x_i$  is the observed value of the variable, measured at the time  $t = t_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $x_i^*$  is unobserved value, which is formed according to (1), (6) and (7);  $\varepsilon_i$  is random unobserved measurement error.

Given (12), we write the model of the observation of the object in a vector form

$$\mathbf{x}^* = \mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon}. \quad (13)$$

We formulate assumptions about the statistical properties of random variables in the models of operation and observation. Let the following assumptions be fulfilled with  $\zeta(-1)$  respect to (11):

$$E\{\zeta(-1)\} = \mathbf{0}_n, \quad E\{\zeta(-1)\zeta^T(-1)\} = \sigma_\zeta \cdot \mathbf{I}_n, \quad (14)$$

where  $E\{\cdot\}$  is the sign of the expectation of possible implementations of the vector  $\zeta(-1)$ ;  $\mathbf{0}_n$  is zero  $(n \times 1)$ -vector;  $\sigma_\zeta$  is variance of the random variable  $\zeta_i(-1)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , limited value;  $\mathbf{I}_n$  is the unit  $(n \times n)$ -matrix.

Let the following assumptions be made with respect to  $\boldsymbol{\varepsilon}$  (13):

$$E\{\boldsymbol{\varepsilon}\} = \mathbf{0}_n, \quad E\{\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}^T\} = \sigma_\varepsilon \cdot \mathbf{I}_n, \quad (15)$$



where  $E\{\cdot\}$  is the sign of the expectation of possible implementations of the vector  $\varepsilon$ ;  $\sigma_\varepsilon$  is variance of magnitude  $\varepsilon_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  limited value.

We will also assume that random vectors  $\zeta(-1)$  and  $\varepsilon$  are statistically independent:

$$E\{\zeta(-1)\varepsilon^T\} = \mathbf{O}_{(n \times n)}, \quad (16)$$

where  $\mathbf{O}_{(n \times n)}$  is the zero  $(n \times n)$ -matrix.

Presume that at  $t = t_i$ ,  $i = 1 - 2p, 2 - 2p, \dots, 0, 1, 2, \dots, n$  time points, the  $(n + 2p)$ -vector of observations of the output variable was obtained

$$(x_{1-2p}, x_{2-2p}, \dots, x_0, x_1, x_2, \dots, x_n)^T = \begin{pmatrix} \mathbf{x}(0) \\ \mathbf{x} \end{pmatrix}, \quad (17)$$

where the  $(2p \times 1)$ -vector  $\mathbf{x}(0)$  will be used as the initial conditions.

To estimate the unknown coefficients  $\theta$  from the observations of the object (17), we use the results of [8]–[10], where an iterative parametric identification procedure was developed and investigated for models in the class of autoregressive equation systems.

## 2 Estimation of coefficients in autoregressive equations subjected to unequally spaced observations

From the model of functioning (7) and the generalized form (11) it follows

$$\mathbf{Z}^*(p) = \overline{\mathbf{Z}}(p) + \Gamma(-2; Z), \quad (18)$$

where  $\overline{\mathbf{Z}}(p)$  is the  $(n \times p)$ -matrix of unobserved values of the output variable of the object, its structure is similar to the matrix  $\mathbf{Z}^*(p)$  in (1)–(2):

$$\overline{\mathbf{Z}}(p) = \begin{bmatrix} \overline{x}_0 & \overline{x}_{-1} & \cdots & \overline{x}_{1-p} \\ \overline{x}_1 & \overline{x}_0 & \cdots & \overline{x}_{2-p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{x}_{i-1} & \overline{x}_{i-2} & \cdots & \overline{x}_{i-p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{x}_{n-1} & \overline{x}_{n-2} & \cdots & \overline{x}_{n-p} \end{bmatrix}; \quad (19)$$

$\Gamma(-2; Z)$  is matrix of unobserved random variables

$$\Gamma(-2; Z) = \begin{bmatrix} \zeta_{-1} & \zeta_{-2} & \cdots & \zeta_{-p} \\ \zeta_0 & \zeta_{-1} & \cdots & \zeta_{1-p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \zeta_{i-2} & \zeta_{i-3} & \cdots & \zeta_{i-1-p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \zeta_{n-2} & \zeta_{n-3} & \cdots & \zeta_{n-1-p} \end{bmatrix}, \quad (20)$$

in the designation of which “-2” means that in (18) the value  $\zeta_{i-2}$  is additively involved in the formation of the value  $x_{i-1}^*$ .

Substitute in (13) the vector  $\mathbf{x}^*$  of (11) and use (18) for  $\mathbf{Z}(p)^*$ :

$$x_i = \overline{\mathbf{Z}}_{i,\bullet}(p) \left( \theta_1^{\mu_i}, \theta_2^{\mu_i}, \dots, \theta_p^{\mu_i} \right)^T + \left\{ \varepsilon_i + \Gamma_{i,\bullet}(-2; Z) \left( \theta_1^{\mu_i}, \theta_2^{\mu_i}, \dots, \theta_p^{\mu_i} \right)^T + \zeta_i(-1) \right\} \quad (21)$$

or

$$x_i = \overline{\mathbf{Z}}_{i,\bullet}(p) \left( \theta_1^{\mu_i}, \theta_2^{\mu_i}, \dots, \theta_p^{\mu_i} \right)^T + \xi_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (22)$$

where  $\xi_i$  is a random variable enclosed in braces in (21).

Using (18)–(22) and given that the random vectors  $\varepsilon(k)$ ,  $\zeta(-1)$  and the random matrix  $\Gamma(-2; Z)$  have zero mathematical expectations, and all these values are statistically independent, for the mathematical expectation  $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)^T$  we get

$$E\{\xi\} = \mathbf{0}_n, \quad (23)$$

where  $\mathbf{0}_n$  is zero  $(n \times 1)$ -vector.

Introduce the notation

$$\mathbf{y} = \mathbf{x}, \quad \mathbf{R} = \overline{\mathbf{Z}}(p), \quad (24)$$

where  $\mathbf{y}$  is the  $(n \times 1)$ -vector of observations of the output variable;  $\mathbf{R}$  is the regressor  $(n \times p)$ -matrix for the output variable.

Given (24), model (22) can be written

$$y_i = \mathbf{R}_{i,\bullet} \begin{pmatrix} \theta_1^{\mu_i} \\ \theta_2^{\mu_i} \\ \vdots \\ \theta_p^{\mu_i} \end{pmatrix} + \zeta_i = \mathbf{R}_{i,\bullet} \cdot \boldsymbol{\theta}^{(\mu_i)} + \zeta_i = \mathbf{R}_{i,\bullet} \overset{\circ}{\boldsymbol{\theta}}_i + \zeta_i = \overset{\circ}{y}_i + \zeta_i,$$

$$i = 1, 2, \dots, n, \quad (25)$$

or in vector form

$$\mathbf{y} = \overset{\circ}{\mathbf{y}} + \boldsymbol{\xi}, \quad (26)$$

where  $\boldsymbol{\theta}^{(\mu_i)}$  is the designation for component-wise exponentiation  $\mu_i$  of all components of the  $(p \times 1)$ -vector  $\boldsymbol{\theta}$ .

Finding the  $(p \times 1)$ -vector of unknown deterministic coefficients  $\boldsymbol{\theta}$  is a difficult task due to the fact that in model (25) the components of this vector are included in the degree depending on the time intervals between adjacent pairs of observations, which are different for different observation numbers.

We write (25) in a form convenient for constructing an iterative procedure:

$$\begin{aligned} y_i &= \mathbf{R}_{i,\bullet} \left( \theta_1^{\mu_i}, \theta_2^{\mu_i}, \dots, \theta_p^{\mu_i} \right)^T + \zeta_i = \sum_{j=1}^p \mathbf{R}_{i,j} \theta_j^{\mu_i} + \zeta_i = \sum_{j=1}^p \mathbf{R}_{i,j} \theta_j^{\mu_i-1} \theta_j + \zeta_i = \\ &= \sum_{j=1}^p \underline{\underline{\mathbf{R}}}_{i,j} \theta_j + \zeta_i = \underline{\underline{\mathbf{R}}}_{i,\bullet} \left( \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p \right)^T + \zeta_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \end{aligned} \quad (27)$$

where  $\underline{\underline{\mathbf{R}}}_{i,j} = \mathbf{R}_{i,j} \theta_j^{\mu_i-1}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $j = 1, 2, \dots, p$  is the matrix of new regressors.

We write (27) in vector form

$$\mathbf{y} = \underline{\underline{\mathbf{R}}} \boldsymbol{\theta} = \overset{\circ}{\mathbf{y}} + \boldsymbol{\xi}, \quad (28)$$

where  $\boldsymbol{\theta}$  is the  $(p \times 1)$ -vector of unknown deterministic coefficients that must be determined.

According to [10], to estimate the coefficients  $\boldsymbol{\theta}$  in (28), the following is fair:

$$\hat{\mathbf{d}} = \mathbf{C} \mathbf{y}, \quad (29)$$

where for  $(p \times n)$ -matrix  $\mathbf{C}$ , equality is fulfilled

$$\mathbf{C} = (\underline{\underline{\mathbf{R}}}^T \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\xi}}^{-1} \underline{\underline{\mathbf{R}}})^{-1} \underline{\underline{\mathbf{R}}}^T \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\xi}}^{-1}, \quad (30)$$

and  $\Sigma_\xi$  is covariance  $(n \times n)$ -matrix, mentioned in (22)  $(n \times 1)$ -vector of unobserved additive random components  $\xi$ .

For the covariance matrix  $\Sigma_\xi$ , the equality is fulfilled [10]:

$$\Sigma_\xi = \sigma_\varepsilon \cdot \mathbf{I}_n + \Psi + \sigma_\zeta \cdot \mathbf{I}_n, \quad (31)$$

where  $\sigma_\varepsilon$  is the variance in the observation model introduced in (15);  $\sigma_\zeta$  is variance in the functioning model introduced in (14);  $\Psi$  is  $(n \times n)$ -matrix has the form

$$\Psi = \begin{bmatrix} \psi(0) & \psi(+1) & \cdots & \psi(p-1) & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \psi(-1) & \psi(0) & \cdots & \psi(p-2) & \psi(p-1) & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \psi(1-p) & \psi(2-p) & \cdots & \psi(0) & \psi(+1) & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \psi(1-p) & \cdots & \psi(-1) & \psi(0) & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & \psi(0) & \psi(+1) \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & \psi(-1) & \psi(0) \end{bmatrix}. \quad (32)$$

In (32), the quantities  $\psi(\Delta)$ ,  $\Delta = -p+1, -p+2, \dots, p-2, p-1$  are determined by the formulas

$$\psi(\Delta) = \text{Cov} \{ \xi_{i_1} \xi_{i_2} \} = \sigma_\zeta \cdot \boldsymbol{\theta}^T \mathbf{I}(i_1 - i_2) \boldsymbol{\theta}, \quad (33)$$

where  $\mathbf{I}_p(i_1 - i_2)$  is a  $(p \times p)$ -matrix, in which all elements are equal to zero, except elements of a diagonal equal to one: if,  $\Delta = i_1 - i_2 = 0$  then this is the main diagonal; if,  $\Delta > 0$  then this is the diagonal located above the main diagonal on the  $\Delta$  lines; if,  $\Delta < 0$  then this is the diagonal located below the main diagonal the  $|\Delta|$  rows apart.

Taking into account (30)–(33) for the estimates of the coefficients,

$$\hat{\mathbf{d}} = (\underline{\underline{\mathbf{R}}}^T \Sigma_\xi^{-1} \underline{\underline{\mathbf{R}}})^{-1} \underline{\underline{\mathbf{R}}}^T \Sigma_\xi^{-1} \mathbf{y}. \quad (34)$$

In (30) for the matrix  $\mathbf{C}$ , the regressor matrix  $\underline{\underline{\mathbf{R}}}$  depends on the unobservable matrix  $\mathbf{R}$  and on the unknown coefficient vector  $\boldsymbol{\theta}$ . In (31) for the matrix  $\Sigma_\xi$ , the elements of the matrix  $\Psi$ , as follows from (32) – (33), depend on  $\boldsymbol{\theta}$ . This was used in [10] to form an iterative procedure for calculating the unknown coefficients in the form (34).

### 3 An iterative procedure for estimating coefficients in autoregressive equations subjected to unequally spaced observations

Let  $\hat{\mathbf{d}}(r)$  be the estimate  $\boldsymbol{\theta}$  in the form of (34) obtained at the iteration  $r$  of the coefficient vector  $\boldsymbol{\theta}$  estimation procedure; matrix  $\hat{\mathbf{R}}(r-1)$  is the estimate of the regressor matrix  $\mathbf{R}$  obtained at the iteration  $r-1$ ;  $\hat{y}_i(r)$ ,  $i=1,2,\dots,n$  is  $(n \times 1)$ -vector of the outputs of the regression model;  $u_i(r)$ ,  $i=1,2,\dots,n$  is  $(n \times 1)$ -vector of residuals of the regression model [11]. We write the regression model (27) in the form convenient for implementing an iterative estimation procedure.

$$y_i = \sum_{j=1}^p \hat{\mathbf{R}}_{i,j}(r-1) \hat{d}_j^{\mu_i-1}(r-1) \hat{d}_j(r) + u_i(r) = \sum_{j=1}^p \underline{\mathbf{R}}_{i,j}(r-1) \hat{d}_j(r) + u_i(r) =$$

$$= \underline{\mathbf{R}}_{i,\bullet}(r-1) \left( \hat{d}_1(r), \hat{d}_2(r), \dots, \hat{d}_p(r) \right)^T + u_i(r) = \hat{y}_i(r) + u_i(r), \quad i=1,2,\dots,n$$
(35)

where  $\underline{\mathbf{R}}_{i,j}(r-1) = \hat{\mathbf{R}}_{i,j}(r-1) \hat{d}_j^{\mu_i-1}(r-1)$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ,  $j=1,2,\dots,p$ .

The iterative procedure for estimating the unknown coefficients of the regression model in the form (25)–(27) involves three steps.

Stage I. Initial approximation.

Step 1. Form the matrix of observed previous values of the variable (similar to (19))

$$\mathbf{Z}(p;0) = \begin{bmatrix} x_0 & x_{-1} & \cdots & x_{1-p} \\ x_1 & x_0 & \cdots & x_{2-p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{i-1} & x_{i-2} & \cdots & x_{i-p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n-1} & x_{n-2} & \cdots & x_{n-p} \end{bmatrix}. \quad (36)$$

Step 2. Form a matrix of observed regressors (similar to (24))

$$\hat{\mathbf{R}}(0) = \mathbf{Z}(p;0). \quad (37)$$

Step 3. We form the matrix of new auxiliary regressors in accordance with (35), assuming  $\mu_i = 1$ ,  $i=1,2,\dots,n$ :

$$\underline{\underline{\mathbf{R}}}(0) = \hat{\mathbf{R}}(0). \quad (38)$$

Step 4. We assume  $\hat{\Psi}(0) = \mathbf{O}_{n \times n}$  is zero  $(n \times n)$  -matrix.

Step 5. Calculate the estimate of the coefficients:

$$\hat{\mathbf{d}}(0) = \left( [\underline{\underline{\mathbf{R}}}(0)]^T [\sigma_\varepsilon \cdot \mathbf{I}_n + \sigma_\zeta \cdot \mathbf{I}_n]^{-1} \underline{\underline{\mathbf{R}}}(0) \right)^{-1} [\underline{\underline{\mathbf{R}}}(0)]^T [\sigma_\varepsilon \cdot \mathbf{I}_n + \sigma_\zeta \cdot \mathbf{I}_n]^{-1} \mathbf{y}. \quad (39)$$

Step 6. Calculate the model outputs:

$$\hat{\mathbf{y}}(0) = \underline{\underline{\mathbf{R}}}(0) \hat{\mathbf{d}}(0). \quad (40)$$

Step 7. Calculate model residuals:

$$\mathbf{u}(0) = \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}(0). \quad (41)$$

Step 8. Calculate the target functional:

$$\Phi(0) = ((n-1)^{-1} \cdot \mathbf{u}^T(0) \mathbf{u}(0))^{1/2}. \quad (42)$$

Stage II. The main stage. At iterations  $r = 1, 2, \dots, r^*$  the operations are performed:

Step 1. Form the matrix of estimates of the previous values of the variable (similar to (19))

$$\hat{\mathbf{Z}}(p; r-1) = \begin{bmatrix} \hat{y}_0(r-1) & \hat{y}_{-1}(r-1) & \cdots & \hat{y}_{1-p}(r-1) \\ \hat{y}_1(r-1) & \hat{y}_0(r-1) & \cdots & \hat{y}_{2-p}(r-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{y}_{i-1}(r-1) & \hat{y}_{i-2}(r-1) & \cdots & \hat{y}_{i-p}(r-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{y}_{n-1}(r-1) & \hat{y}_{n-2}(r-1) & \cdots & \hat{y}_{n-p}(r-1) \end{bmatrix}. \quad (43)$$

Step 2. Form the regressor matrix (similar to (24))

$$\hat{\mathbf{R}}(r-1) = \hat{\mathbf{Z}}(p; r-1). \quad (44)$$

Step 3. Form the matrix of new auxiliary regressors in accordance with (35)

$$\underline{\underline{\mathbf{R}}}_{i,j}(r-1) = \hat{\mathbf{R}}_{i,j}(r-1) \hat{d}_j^{\mu_i-1}(r-1), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, p. \quad (45)$$

Step 4. Calculate the matrix  $\hat{\Psi}(r-1)$  - values  $\hat{\psi}(\Delta; r-1)$ ,  $\Delta = -p+1, -p+2, \dots, -1, 0, 1, \dots, p-2, p-1$  calculated by (32)–(33), using as an

estimate  $\theta$  the approximation  $\hat{\mathbf{d}}(r-1)$  obtained at the iteration  $r-1$ ; at iteration  $r=1$ , we use the initial approximation estimate  $\hat{\mathbf{d}}(0)$ , obtained in (39).

Step 5. Calculate the estimate of the coefficients:

$$\hat{\mathbf{d}}(r) = \left( [\underline{\mathbf{R}}(r-1)]^T [\sigma_\varepsilon \cdot \mathbf{I}_n + \hat{\Psi}(r-1) + \sigma_\zeta \cdot \mathbf{I}_n]^{-1} \underline{\mathbf{R}}(r-1) \right)^{-1} \times \\ \times [\underline{\mathbf{R}}(r-1)]^T [\sigma_\varepsilon \cdot \mathbf{I}_n + \hat{\Psi}(r-1) + \sigma_\zeta \cdot \mathbf{I}_n]^{-1} \mathbf{y}. \quad (46)$$

Step 6. Calculate the outputs of the models:

$$\hat{\mathbf{y}}(r) = \underline{\mathbf{R}}(r-1) \hat{\mathbf{d}}(r). \quad (47)$$

Step 7. Calculate the residuals of the models:

$$\mathbf{u}(r) = \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}(r). \quad (48)$$

Step 8. Calculate the target functional:

$$\Phi(r) = ((n-1)^{-1} \cdot \mathbf{u}^T(r) \mathbf{u}(r))^{1/2}. \quad (49)$$

Stage III. Breakpoint. The iteration process ends at an iteration  $r^*$  if the condition

$$\delta = \Phi(r^* - 1) - \Phi(r^*) \leq \delta_0, \quad (50)$$

where  $\delta_0$  is the given value.

Note that in the case of first-order autoregression ( $p=1$ ), the matrix  $\Sigma_\xi$  in (31) has the form  $\Sigma_\xi = \sigma \cdot \mathbf{I}_n$ , where,  $\sigma = \sigma_\varepsilon + \sigma_\zeta \cdot \theta_1^2 + \sigma_\zeta$  that is, the estimation in the fifth steps of the first and second stages of the procedure is the usual least squares method.

If the dispersions  $\sigma_\zeta$  and  $\sigma_\varepsilon$  are a priori unknown, then the covariance matrix  $\Sigma_\xi$  can be estimated (taking into account its structure) iteratively using the residuals of the autoregressive model, as was done in the procedure [9]. In this case, the estimates of the usual MLS are taken as the initial approximation.

Note also that the considered problem of estimating autoregressive coefficients subjected to unequally spaced observations can be posed and solved under conditions of structural uncertainty, when the autoregressive

order is a priori unknown. In this case, the evaluation of autoregression coefficients can be carried out based on the results of [12]–[13].

#### 4 TLE time series simulation for large space debris objects using the Ukrainian Sich-2 spacecraft

The developed iterative procedure for estimating coefficients in autoregressive equations under unequal observation conditions was applied to simulate the TLE time series of the Sich-2 spacecraft [1]. Sich-2 is a Ukrainian small-sized remote sensing spacecraft (SC) operating from 2011–2012. It was intended to observe the surface of the Earth in the optical and mid-infrared ranges. In December 2012, communication with the Sich-2 spacecraft was lost. The TLE time series of the Sich-2 satellite are represented by seven main and three additional variables: (see Table 1).

Table 1

List of variables for Sich-2 TLE data

Designation	Title	Unit of measurement
$x_1$	Apogee	km
$x_2$	Perigee	km
$x_3$	Eccentricity	-
$x_4$	Inclination	deg
$x_5$	Right ascension of the ascending node	deg
$x_6$	Argument of perigee	deg
$x_7$	Mean anomaly	deg
$x_8$	Revolution number at epoch	revs
$x_9, t_{nak}$	Accumulated time	hrs
$x_{10}, \tau_i$	The time interval between the current and the previous observation	hrs

Simulations were performed for seven key variables. Additional variables  $x_8, x_9$  were used to build the figures, and the variable  $x_{10}$  was used for the calculation  $\mu_i = \tau_i / \delta_t, i = 1, 2, \dots, n$ , where  $\mu_i$  is the exponent in which the vector  $\theta$  components are raised in (4). Attempts to model directly in the class of autoregressive models (1) were unsuccessful due to the strong correlation of autoregressors (correlations between the columns of the matrix (2)). The



way out of this situation is possible with the help of a priori data that contains information about the ratio between the coefficients of the autoregressors.

In [14] a method of structural-parametric identification was developed in the problem of modeling objects by observing their functioning in the class of beta-autoregressive equations, in which such weighting ratios for autoregressors in the autoregressive model are determined based on the density functions of beta-distributions. These results were used to solve this problem of simulating TLE-elements of the Sich-2 satellite.

By trial calculations based on the developed iterative procedure and the method of structural-parametric identification in the class of beta-autoregressive models [14], it was found that the maximum number of previous values of output variables  $x_1, x_2, \dots, x_7$  affecting their current value is sufficient to be equal  $p = 7$ .

At the first preliminary stage of modeling based on the beta-autoregression method, the search for the optimal parameter value was carried out for each main variable  $\beta$ . This parameter indicates the degree of increase in the weight coefficients of the autoregression when approaching the current value. Having  $\beta = 1$ , all weights of autoregression are same:  $a_j = 1$ ,  $j = 1, 2, \dots, 7$ . Having  $\beta = 13$  the weight of the first "lag" in the model is approximately 0.90, and the sum of the weights of all other delays (their number is equal  $p - 1 = 6$ ) is approximately 0.10. When  $\beta = 25$  the weight of the first "lag" is approximately 0.99, and the sum of the weights of all other delays is approximately 0.01. Graphs of weight functions for  $\beta = 1, 3, \dots, 25$  when  $p = 7$  presented in Fig. 1.

Further, for each main variable, beta-autoregressive models were constructed for a set of parameter  $\beta = 1, 2, \dots, 15$  values. Analysis of the dependence of the mean square error (MSE) of the models on parameter  $\beta$  for seven variables showed that the optimal values of parameter  $\beta$  is  $\beta^* = (7, 7, 3, 1, 10, 6, 13)$ . Further  $\beta$  increasing doesn't cause significant MSE reducing.

The coefficients of the constructed beta-autoregressive models for seven main variables for the values  $\beta^*$  found are given in Table 2. Table 3 is

listing the standard deviations of the model outputs from the observed values for the seven main variables. The resulting quality of the models can be considered satisfactory for all variables. It should be noted that the indicator  $x_4$  (inclination) in the source data has a constant value (98.2 degrees). The root-mean-square error of the variable  $x_7$  (mean anomaly) cannot be considered satisfactory.

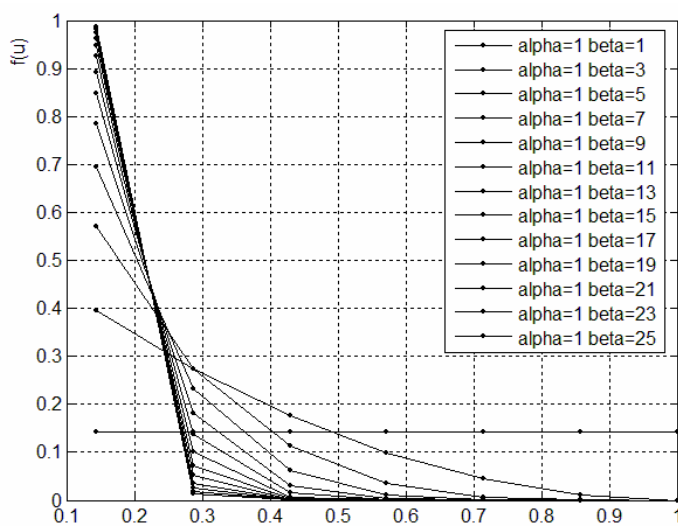


Figure 1 – Weight functions of coefficients for beta autoregression ( $p = 7$ ) (weight functions are presented as values of probability density functions  $f(u)$  for a random variable  $u$  having beta distribution)

Table 2

Coefficients of autoregressive models for seven main TLE variables of the Sich-2 satellite data

Variable	Coefficients of the autoregressive model						
	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$
$x_1$	0,6946	0,2326	0,06098	0,01085	0,0009528	1,489e-005	0,0
$x_2$	0,6946	0,2326	0,06098	0,01085	0,0009528	1,489e-005	0,0
$x_3$	0,3955	0,2746	0,1758	0,09887	0,04394	0,01099	0,0
$x_4$	0,1429	0,1429	0,14286	0,14290	0,1429	0,1429	0,1429
$x_5$	0,81881	0,1587	0,02130	0,00160	4,16e-005	8,13e-008	0,0
$x_6$	0,63785	0,2563	0,08400	0,01993	0,002625	8,203e-005	0,0
$x_7$	0,89338	0,1002	0,006886	0,000218	1,68e-006	4,104e-010	0,0

Table 3

Standard deviations of model outputs for the seven main TLE variables of  
Sich-2 satellite

$x_1$ (km.)	$x_2$ (km.)	$x_3$	$x_4$ (deg.)	$x_5$ (deg.)	$x_6$ (deg.)	$x_7$ (deg.)
0,001	0,001	1,30e-05	0,00	0,05	0,57	0,91

### Conclusion

The method of constructing autoregressive models of the large fragments of space debris motion, represented by unequally spaced TLE time series has been developed. An iterative procedure has been developed for parametric identification of autoregressive equations subjected to unequally spaced observations, which has been studied by statistical testing. Based on the developed method for constructing autoregressive models, the problem of modeling the dynamics of the Sich-2 spacecraft using its TLE time series in the class of autoregressive models was considered. For all elements, satisfactory quality models were obtained.

### REFERENCES

1. JFSCC TLE Source. – Access mode via <https://www.space-track.org/#Landing>
2. Ivanov N. M. Ballistics and navigation of spacecraft. / N. M. Ivanov, L. N. Lysenko // M.: Drofa, 2004. - 544 p.
3. San-Juan J. F. An economic hybrid J2 analytical orbit propagator program based on SARIMA models / J. F. San-Juan, M. San-Martin, I. P´erez // Math. Probl. Eng, 2012. – 15 p.
4. San-Martin M., M´etodos de propagaci´on h´ibridos aplicados al problema del sat´elite artificial / M. San-Martin // T´ecnicas de suavizado exponencial, University of La Rioja, 2014.
5. Ampatzis C. Machine learning techniques for approximation of objective functions in trajectory optimisation / C. Ampatzis, D. Izzo // Proceedings of the International Joint Conference on Artificial Intelligence, 2009.
6. Peng, H., Bai, X. Improving orbit prediction accuracy through supervised machine learning. / H. Peng, X. Bai // Advanced Space Research. – 2018. – № 61 (10). – 2628–2646 p.

7. Lyubushin A. A. Analysis of data from geophysical and environmental monitoring systems / A. A. Lyubushin. - M.: Science, 2007. - 228 p.
8. Sarychev A. P. Identification of parameters of systems of autoregression equations with known covariance matrices / A. P. Sarychev // International Scientific and Technical Journal "Control and Informatics Problems". - 2012. - № 3. - 14–30 p.
9. Sarychev A. P. A study by the method of statistical tests of an iterative procedure for identifying the parameters of a system of autoregression equations / A. P. Sarychev // System Technologies. - 2014. - №3 (92). - 77–89 p.
10. Sarychev A. P. Linear autoregression based on the method of group accounting of arguments in the conditions of quasi-repeated observations / A. P. Sarychev // Artificial Intelligence. - 2015. - № 3-4 (69-70). - 105-123 p.
11. Seber J. Linear regression analysis: Per. from English / J. Seber. - M.: Mir, 1980. - 456 p.
12. Sarychev A. P. Modeling in the class of systems of autoregression equations under conditions of structural uncertainty / A. P. Sarychev // International Scientific and Technical Journal "Control and Informatics Problems". - 2015. - № 4. - 79–103 p.
13. Sarychev A. P. Modeling of complex systems under conditions of structural uncertainty: regression and autoregression models / A. P. Sarychev. - LAP LAMBERT Academic Publishing RU, Saarbrücken, Deutschland, 2016. - 274 p.
14. Analysis of global trends in space activities, development of information-analytical and methodological support for the creation of the latest models of rocket and space technology (intermediate) in 4 volumes, volume 1 / ITM of NASU and SSAU; Head of Research A. Alpatov. - Dnepr, 2016. - 245 p. - state registration number 0116U004129. - Inv. 22 - 9/2016.

## **ФАКТОРНИЙ АНАЛІЗ ЧАСОВИХ РЯДІВ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ РІВНЯ ПЕРСИСТЕНТНОСТІ ПОКАЗНИКІВ ПРОЦЕСУ ЗБАГАЧЕННЯ ЗАЛІЗНОЇ РУДИ**

*Анотація. Досліджено можливості методів хаотичної динаміки стосовно актуальних задач аналізу та прогнозування технологічних властивостей секцій збагачення використання різноманітного математичного апарату для створення моделей оперативного прогнозування. Встановлено доцільність використання методів кластеризації та узагальненого логістичного відображення для побудови оперативного прогнозу часових рядів.*

*Ключові слова: методи хаотичної динаміки, аналіз часових рядів,  $r/s$ -аналіз, кластеризація.*

Серед технологічних процесів багатьох галузей гірничої промисловості особливе місце відводиться процесам подрібнення сипучих матеріалів. Підвищена увага до подрібнення матеріалів визвана високою енергоємністю і низькою ефективністю процесу. Існує велика кількість агрегатів для помолу, серед яких широкого розповсюдження набули кульові млини внаслідок простоти обслуговування та експлуатації. Однак, суттєвим недоліком використання кульових млинів є низький коефіцієнт корисної дії.

Технологічні процеси збагачення руд чорних металів (магнетитових кварцитів) є достатньо складними об'єктами прогнозування. Це обумовлено їх багатовимірністю та багатостадійністю, властивостями нелінійності та нестационарності, значним запізненням інформаційних показників у часі, наявністю нечіткої та неповної інформації [1].

Процес прогнозування в даному випадку можна розглядати як певну послідовність діагностичних перевірок, ефективність яких залежить

від стратегії пошуку діагнозу в множині можливих причин на основі аналізу часових рядів.

Різноманітні дані про процес збагачення надходять у вигляді ансамблю часових рядів  $x(t)=\{x_j(t)\}, j=1,2,\dots,n; t \in T; T$  – час спостереження.

Оскільки їхні основні характеристики змінюються в часі, вони, як правило, є нестационарними. Прогнозування таких часових рядів пов'язане з певними труднощами.

Сьогодні існує величезна кількість методів, методик і способів прогнозування, що ґрунтуються на двох підходах: евристичному або математичному. Прийнятних результатів прогнозування можна очікувати лише при наявності моделі, що правильно описує поведінку прогнозованого об'єкту.

Можливість покращення прогнозу очікуваних значень досліджуваних величин зв'язується з рішенням задач класифікації процесів, що представлені рядами спостережень. Для такої класифікації ступеню стохастичності часового ряду використовується показник Херста., за значеннями якого динамічні процеси розділяються на детерміновані, випадкові та хаотично детерміновані. В останньому випадку процес містить "пам'ять" про попередні спостереження, про поведінку ряду в минулому, причому довгострокову [2]. Ця додаткова інформація може бути використана в процедурах оперативного прогнозування очікуваних значень рівнів ряду.

Ідея методу полягає у вимірюванні змін із часом рівня накопичення відхилень від середнього значення часового ряду [3]. Встановлено, що для деяких часових рядів залежність  $R/S$  від кількості спостережень має наступний емпіричний закон розподілу:

$$(R/S)_n = (R/S)_0 N^H, \quad (1)$$

де  $(R/S)_0$  – константа;

$N$  – кількість часових періодів спостережень;

$H$  – експонента Херста;

Згідно з принципами фрактального аналізу часові ряди мають фрактальну розмірність  $1 < D < 2$  і наділені властивостями масштабної самоподібності та пам'яттю про свої початкові умови.

Пряма лінія має фрактальну розмірність  $D=1$ . Якщо  $D=1$ , то розподілом фрактального часового ряду є гаусіана. В практичних розрахунках іноді замінюють фрактальну розмірність  $D$  показником Херста  $H$  на основі реалізації процедури послідовного  $R/S$ -аналізу, де  $R(t)$  – розмах послідовностей накопичених відхилень,  $S(k)$  – середньоквадратичне відхилення. Отже показник Херста  $H$  – це число  $H \in [0;1]$  яке характеризує складової функції тренда до білого шуму і може використовуватись як міра персистентності – тобто схильності процесів до трендів.

Були досліджені трендові характеристики часових рядів  $Q(t)$ ,  $\beta_1(t)$ ,  $\beta_2(t)$ ,  $\beta_3(t)$ , де  $Q(t)$  – продуктивність млина,  $\beta_1(t)$  – клас крупності 0-10мм,  $\beta_2(t)$  – клас крупності 10-20мм,  $\beta_3(t)$  – клас крупності +20мм.

На основі застосування  $R/S$ -аналізу Херста вдається встановити деякі додаткові властивості відносно тенденцій змін параметрів секції збагачення. А саме, отримати оцінки відносно збереження/зміни властивостей часового ряду. Крім того, можна розрахувати період збереження тенденції.

Реалізації досліджуваних часових рядів графічно представлені на рисунку 1.

Обробка даних проводилась на 120 хвилинних, чотиригодинних та добових інтервалах.

Для розрахунку показника Херста були знайдені коефіцієнти лінійної регресії між логарифмом стандартного відхилення інтервальних приростів різночасових рядів та логарифмом таймфрейму (рисунок 2).

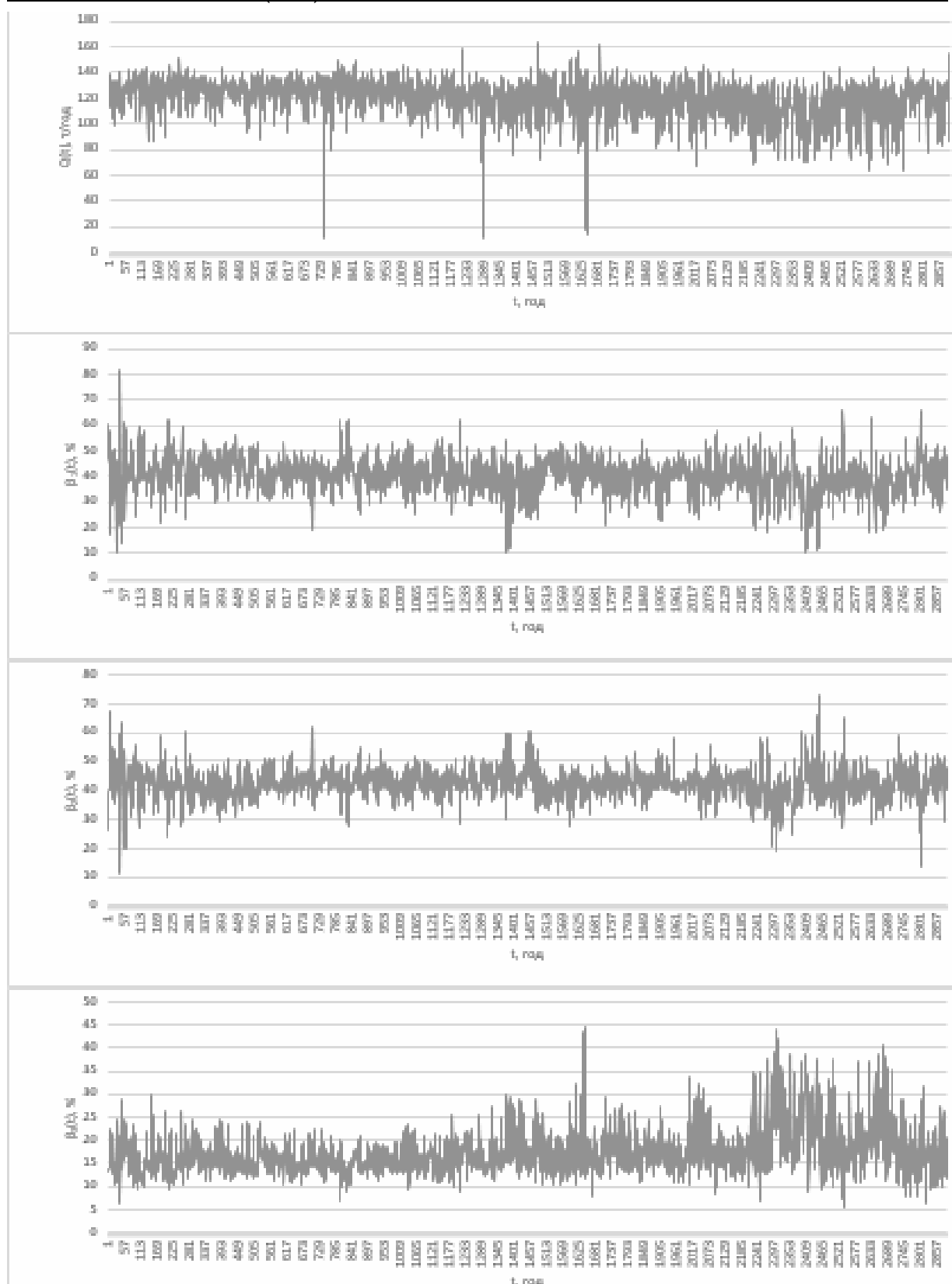


Рисунок 1 – Графіки досліджуваних часових рядів



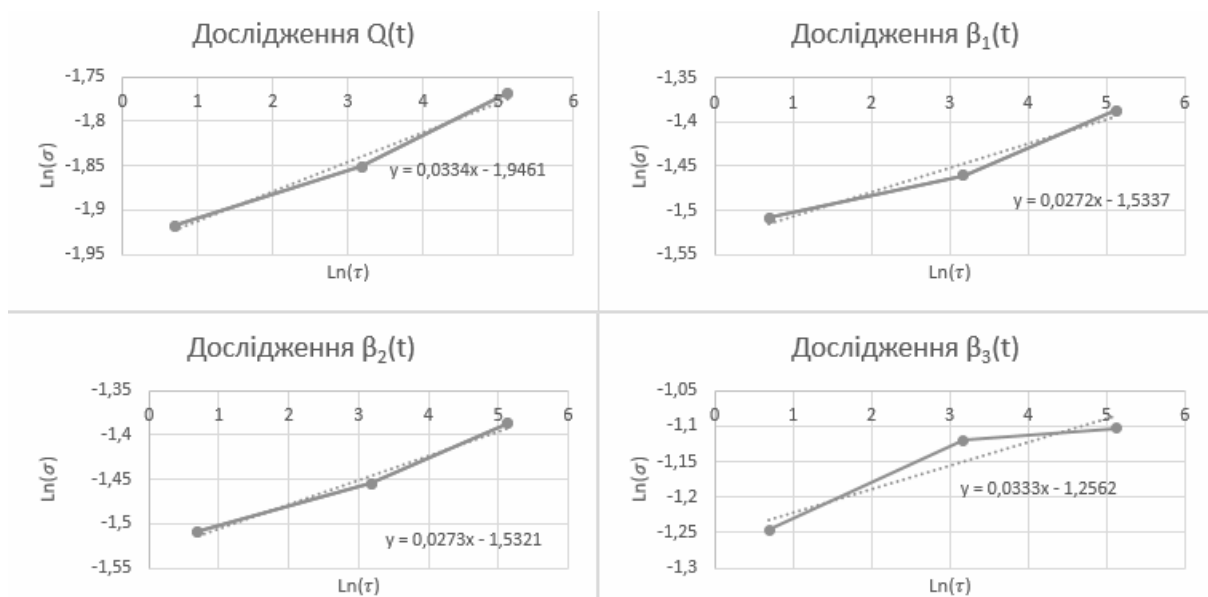


Рисунок 2 – Отримання коефіцієнтів лінійної регресії

Показники Херста отримані з рівнянь лінійної регресії наведено у таблиці 1.

Таблица 1

Результати розрахунків показників хаотичності часових рядів

Досліджуваний часовий ряд	Показник Херста H
Q(t)	0,0334
$\beta_1(t)$	0,0272
$\beta_2(t)$	0,0273
$\beta_3(t)$	0,0333

Для всіх рядів значення коефіцієнта Херста не перевищує 0,0334. Тобто  $H < 0,5$  (ряди антиперсистентні, очікується зміна тенденції).

У випадку антиперсистентних процесів, а значить і відповідних часових рядів, прогнозування все ж може бути обгрунтованим та виконаним з використанням відомих методик. Для обгрунтованої інтерпретації результатів R/S-аналіз можна обходитись наступним чином.

На основі вихідного часового ряду формується послідовність допоміжних похідних рядів, рівні яких являються середніми значеннями для значень вихідного часового ряду, що знаходяться поруч. Така процедура усереднення виконується до тих пір, поки новий, похідний, ряд не виявиться персистентним по даним виміру коефіцієнту Херста. Ця вимо-

га забезпечується, оскільки в межах ряд замінюється середнім значенням. Для практики такий результат часто задовільний – оцінкою прогнозу являється середнє значення ряду за деякий час вимірів. При антиперсистентних властивостях процесів можна забезпечити прогноз лише похідного ряду, отриманого з сумарних значень показників, розрахованих за деякий проміжок часу. Інтервал усереднення залежить від властивостей часового ряду. При виборі цього інтервалу в якості критерія можна використовувати мінімальне значення послідовних рівнів ряду, при яких похідний ряд стане персистентним або випадковим.

Застосування запропонованого підходу до зазначених вище часових рядів дало можливість збільшити показник Херста до значень  $H > 0,573$ . На основі цього можна зробити усереднені прогнози значень ряду для збільшених періодів часу.

Але даний підхід не дає можливості говорити про трендовість показників часових рядів для коротких проміжків часу, що ставить під сумнів можливість прогнозування змін параметрів роботи секції збагачення на коротких проміжках часу.

Для вирішення даної проблеми було запропоновано досліджувати представлені часові ряди окремими проміжками. В якості критерію виділення проміжку застосовано належність параметрів часового ряду до одного з кластерів (таблиця 2).

Таблиця 2

## Кластеризація вихідних даних [4]

Variables	States	Cl 1	Cl 2	Cl 3	Cl 4	Cl 5
_20	Mean	17,02	14,11	11,63	18,89	13,57
_20	Deviation	3,99	2,4	3,75	3,4	1,57
0_10	Mean	37,59	44,54	59,73	35,63	50,4
0_10	Deviation	9,53	5,91	11,29	7,5	5,65
10_20	Mean	45,4	42,02	28,49	45,51	36,03
10_20	Deviation	8,49	6,24	9,7	5,9	5
Q ore	Mean	124,53	135,55	136,37	112,89	129,36
Q ore	Deviation	7,51	6,92	7,65	17,23	8,32

При застосуванні запропонованого способу були виявлені часові проміжки на яких досліджувані ряди проявляли ознаки персистентних ( $H > 0,61$ ). Що в свою чергу свідчить про можливість побудови прогнозуючих моделей для даного ряду.

### **Висновки**

Представлені результати дослідження технологічних характеристик секції збагачення на основі методів хаотичної динаміки. Розглянуто задачу аналізу статистичних властивостей процесів та прогнозування рівнів часових рядів. Встановлено, що використання R/S-аналізу дозволяє уточнити процедури прогнозування, використовуючи дані про показники Херста. Досліджено можливості прогнозування часових рядів на основі узагальнених логістичних відображень.

Зважаючи на багатомірність задач, гетерогенність параметрів і наявність суттєвої невизначеності в залежностях між параметрами реальних виробничих процесів, для побудови моделей пропонується використовувати методи Data Mining, нечіткої логіки та нейронних мереж.

### **ЛІТЕРАТУРА**

1. Купін А.І., Система ситуативного керування технологічними процесами збагачення на основі непрямого визначення властивостей первинної сировини / Купін А.І., Мисько Б.С., Сенько А.О. // Автоматика 2016. XXIII міжнародна конференція з автоматичного управління, 22-23 вересня 2016 р.: тези доп. – Суми: Сумський державний університет, 2016. – С. 138–139.
2. Шарапов О.Д. Економічна кібернетика : навч. Посібник / О.Д. Шарапов, В.Д. Дербенцев, Д.Є. Семьонов. – К.: КНЕУ, 2004. – 231 с.
3. Скалозуб В.В. Метод прогнозування часових рядів на основі логістичного відображення / В.В. Скалозуб, І.В. Клименко. // Тез. докл. V-й Межд. Науч.-практ. конф. "Современные информационные технологии на транспорте, в промышленности и образовании". – Д., 2011. – С. 67-68.
4. Сенько А.О. Кластеризація статистичних даних роботи секції збагачення / А. І. Купін // Системні технології. Регіональний міжвузівський зб. наук. праць. – Дніпро, 2017. – № 4(81). – С. 103–109.

## REFERENCES

1. Kupin A.I., Mysko B.S., Senko A.O. Avtomatyka 2016. XXIII mizhnarodna konferentsiia z avtomatychnoho upravlinnia, (Automation 2016. XXIII International Conference on Automatic Control), 2016, Abstracts of Papers, September 22-23, 2016, Sumy: Sumskyi derzhavnyi universytet, 2016, pp. 138-139.
2. Sharapov O.D., Derbentsev V.D., Families D.E., Ekonomichna kibernetika (Economic Cybernetics), Kyiv: KNEU, 2004, 231 p.
3. Skalozub V.V, Klimenko I.V., Sovremennie informatsionnie tehnologii na transporte, v promishlennosti i obrazovanii (Modern information technologies in transport, intercity and education), Dnepr, 2011, pp. 67-68.
4. Senko A.O., Kupin A.I., Systemni tekhnolohii, (System technology), Dni-pro, 2017, No. 4(81), pp. 103-109.

## **МОДЕЛЮВАННЯ СПОСТЕРІГАЮЧОГО ПРИСТРОЮ ДЛЯ ЕЛЕКТРОПРИВОДА МЕХАНІЗМУ СКІПОВОГО ПІДЙОМНИКА**

*Анотація. В даній роботі розроблена математична модель електропривода для скіпового підйомника доменної печі з навантажувальною діаграмою механізму та спостерігачем при підпорядкованому регулюванні параметрів з можливістю забезпечення плавності руху. Синтезований спостерігач для оцінювання швидкості двигуна та статичного навантаження, який за допомогою виміряного струму якоря та швидкості двигуна оцінює прискорення виконавчого механізму. Система знаходиться під впливом збурення у вигляді діаграми навантаження механізму електропривода.*

*Ключові слова: електропривод, регулятор струму, датчик швидкості, спостерігач, визначник матриці, швидкодія електропривода, статична помилка.*

**Постановка проблеми.** Сучасний цифровий електропривод є основою для автоматизації багатьох сучасних металургійних процесів.

Питання спостерігачів стану є найбільш доцільним де встановлення датчиків змінних стану електропривода недоцільно у зв'язку з умовами експлуатації електропривода, наприклад при роботі механізмів у вибухово- та пожежонебезпечних приміщеннях, хімічно агресивних та радіоактивних середовищах, а також в умовах вібрації та значних ударних навантажень.

До однієї з основних проблем при реалізації систем автоматизованого керування без датчиків регульованих координат слід віднести підвищену чутливість електропривода до зміни його внутрішніх параметрів у процесі експлуатації, як слідство – спостерігач стану двигуна повинен забезпечувати параметричну робастність електропривода [1].

Значний внесок в розробку, вивчення та вдосконалення електроприводів зі спостерігачами стану внесли такі вітчизняні та зарубіжні вчені: Л.В. Акімов, В.І. Колотило, В.С. Марков, В.Б. Клепіков Н.А. Задорожній, В.В. Панкратов, А.Б. Виноградов, І.Я. Браславський і ін.

В теперішній час у вказаній області наукових досліджень спостерігається концепція розробок спостерігачів для вирішення вузького класу об'єктно-орієнтованих задач, але не приділялося уваги створенню спостерігача, який зміг би забезпечити відновлення сигналів зворотних зв'язків (наприклад за швидкістю та струмом електропривода для досліджувального механізму) для більшості основних методів керування двигуном постійного струму [2-6]. Вирішення питання створення такого спостерігача для даного електропривода представляє науковий та практичний інтерес, і як слідство дана робота є актуальною.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Як правило на таких механізмах встановлена двозонна система регулювання швидкості тиристорний перетворювач – двигун (ТП-Д), наприклад на ПрАТ «Дніпровський металургійний завод», ММК ім. Ілліча. Даний механізм задіяний у безперервному завантаженні доменної печі шихтовими матеріалами.

Спроби моделювання електропривода подібних механізмів були опубліковані в роботах [2-3]. Авторами розглянуті двомасові моделі електропривода із використанням різних способів корекції зворотних зв'язків за координатами електропривода без використання можливостей спостерігачів.

Методики синтезу параметрів та структур електромеханічних систем (ЕМС), що використовуються на практиці передбачають мінімізацію реакції електропривода на коливання механічної частини. В дійсності в ЕМС необхідно розглядати взаємодію коливань. Наприклад у роботі [3], синтез параметрів системи автоматичного керування (САК) з мінімізацією реакції електропривода на коливання в механічній частині здійснюється без врахування взаємозв'язку параметрів електричної та механічної підсистем.

З метою покращення якості керування за рахунок збільшення інформації про координати об'єкта керування, які складно виміряти, авто-

рами робіт [4-5] запропоновано використання спостерігачів стану. Для побудови (моделювання) спостерігача необхідно, щоб об'єкт був керованим і спостережуваним (відновлюваним).

Таким чином, одним із пріоритетних напрямів активної компенсації пружних механічних коливань для електропривода є синтез ЕМС із реалізацією демпфуючої дії електропривода та використанням спостерігачів стану.

**Мета дослідження.** Розробка і дослідження математичної моделі електропривода для скіпового підйомника доменної печі №1 в умовах ПрАТ «Дніпровський металургійний завод» з пружним зв'язком і спостерігачем повного порядку при підпорядкованому регулюванні параметрів.

**Викладення основного матеріалу дослідження.** В даній роботі розглядається математична модель електропривода для скіпового підйомника з пружним зв'язком і спостерігачем на базі двигуна постійного струму типу П2-450-123-4У3. Живлення двигун П2-450 отримує від комплектного тиристорного електропривода з власним трансформатором типу ТСЗП-630/10У3, 630КВА під'єднаним до 6кВ. Структурна схема електропривода зі спостерігачем наведена на рис.1. Тиристорний перетворювач виконаний за структурною багатоконтурною схемою з послідовною корекцією.

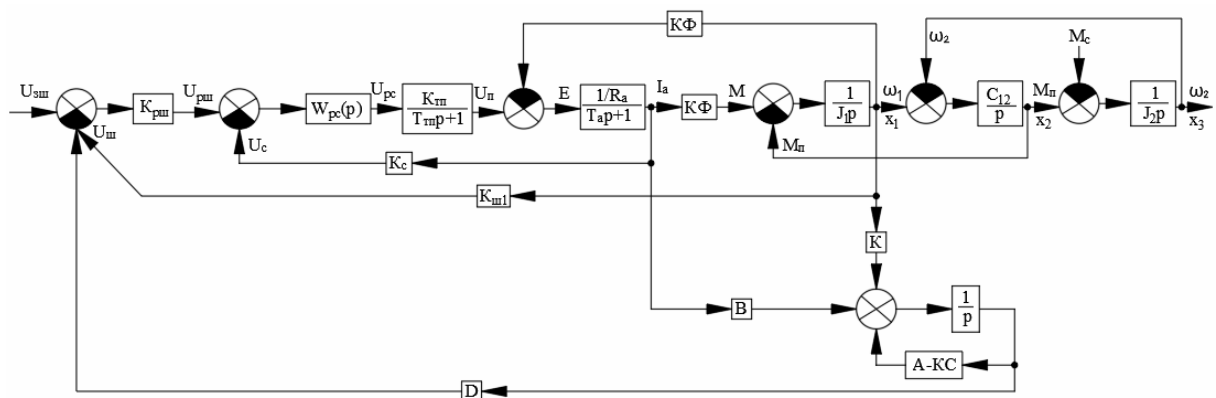


Рисунок 1 - Структурна схема електропривода зі спостерігачем

Даною структурною схемою передбачається використання спостерігачуючого пристрою (А, В, С, D, К) який повинен за допомогою виміряного струму якоря та швидкості двигуна оцінити прискорення виконавчого механізму.

Для об'єкту керування можна записати наступні рівняння стану:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = (I_a \cdot K\Phi - x_2) \cdot \frac{1}{J_1}; \\ \dot{x}_2 = (x_1 - x_3) \cdot C_{12}; \\ \dot{x}_3 = (x_2 - x_4) \cdot \frac{1}{J_2}; \\ \dot{x}_4 = 0, \end{array} \right. \quad \text{або} \quad \left\{ \begin{array}{l} \dot{\omega}_1 = (I_a \cdot K\Phi - M_n) \cdot \frac{1}{J_1}; \\ \dot{M}_n = (\omega_1 - \omega_2) \cdot C_{12}; \\ \dot{\omega}_2 = (M_n - M_c) \cdot \frac{1}{J_2}; \\ \dot{M}_c = 0. \end{array} \right.$$

Єдиною вимірюваною координатою об'єкта є швидкість двигуна  $x_1 = \omega_1$ , тому на підставі складених рівнянь стану та враховуючи матрично-векторну форму запису рівнянь отримаємо параметри спостерігача:

$$\left. \begin{array}{l} \dot{x} = A \cdot x(t) + B \cdot I_a(t); \\ \omega_1(t) = C \cdot x(t), \end{array} \right\}$$

тут

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{J_1} & 0 & 0 \\ C_{12} & 0 & -C_{12} & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_2} & 0 & -\frac{1}{J_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} \frac{K\Phi}{J_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; C = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0], K = \begin{bmatrix} k_{11} \\ k_{21} \\ k_{31} \\ k_{41} \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} \det[pI - (A - K \cdot C)] = \\ = p^4 + p^3 \cdot k_{11} + p^2 \cdot \frac{C_{12}}{J_2} + p^2 \cdot \frac{C_{12}}{J_1} - p^2 \cdot \frac{k_{21}}{J_1} + p \cdot \frac{k_{11} \cdot C_{12}}{J_2} + p \cdot \frac{k_{31} \cdot C_{12}}{J_1} - p \cdot \frac{k_{41} \cdot C_{12}}{J_1 \cdot J_2}, \end{aligned}$$

$$D = \begin{bmatrix} K_{m2} & 0 & -K_{m2} & -\frac{K_c}{K_{pm} \cdot K\Phi} \end{bmatrix},$$



$$\left. \begin{aligned} k_{11} &= b_3; \\ k_{21} &= C_{12} \cdot \frac{J_1}{J_2} + C_{12} - J_1 \cdot b_2; \\ k_{31} &= b_1 \cdot \frac{J_1}{C_{12}} - b_3 \cdot \frac{J_1}{J_2}; \\ k_{41} &= -\frac{b_0 \cdot J_1 \cdot J_2}{C_{12}}. \end{aligned} \right\}.$$

На рис.2 наведена математична модель електропривода з пружним зв'язком та спостерігачем стану засобами Matlab.

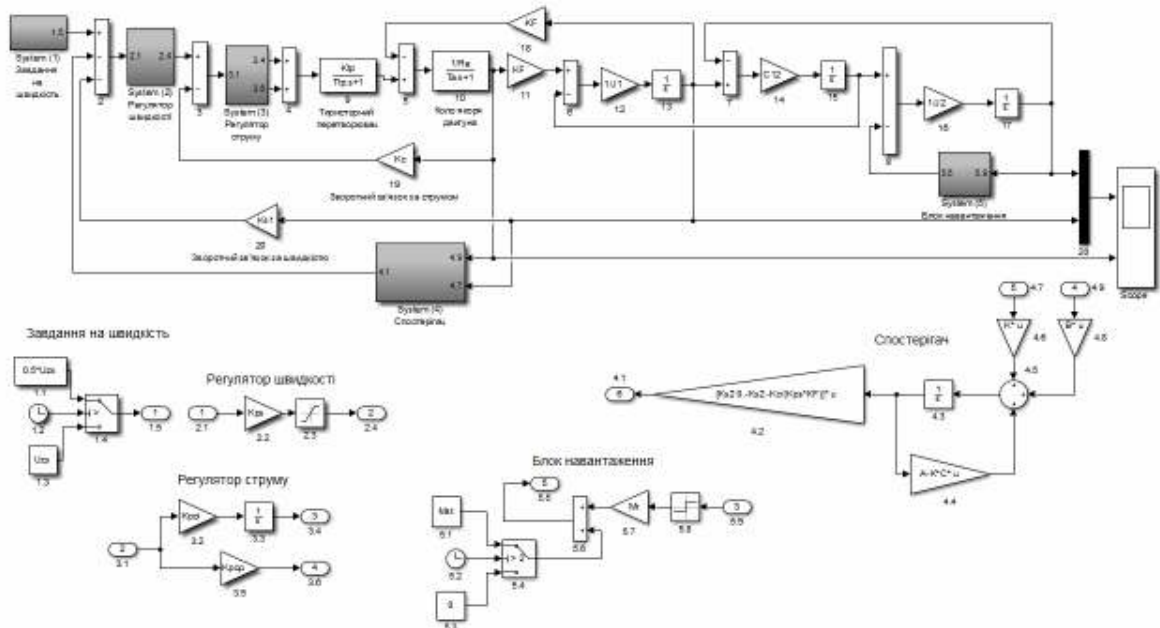


Рисунок 2 - Модель електропривода з пружним зв'язком та спостерігачем стану засобами Matlab

Графіки перехідних процесів за швидкістю 1 (2) та струмом в електроприводі зі спостерігачем представлені на рис.3. Тут 1 – кутова швидкість двигуна а (2) – кутова швидкість виконавчого механізму. Розрахунки параметрів моделі виконані у m-файлі.

У роботі здійснено розв'язання актуальної практичної задачі з дослідження моделі електропривода постійного струму з пружними елементами у механічній частині зі спостерігачем швидкості та струму навантаження з метою забезпечення плавності руху механізму скіпової лебідки доменної печі.

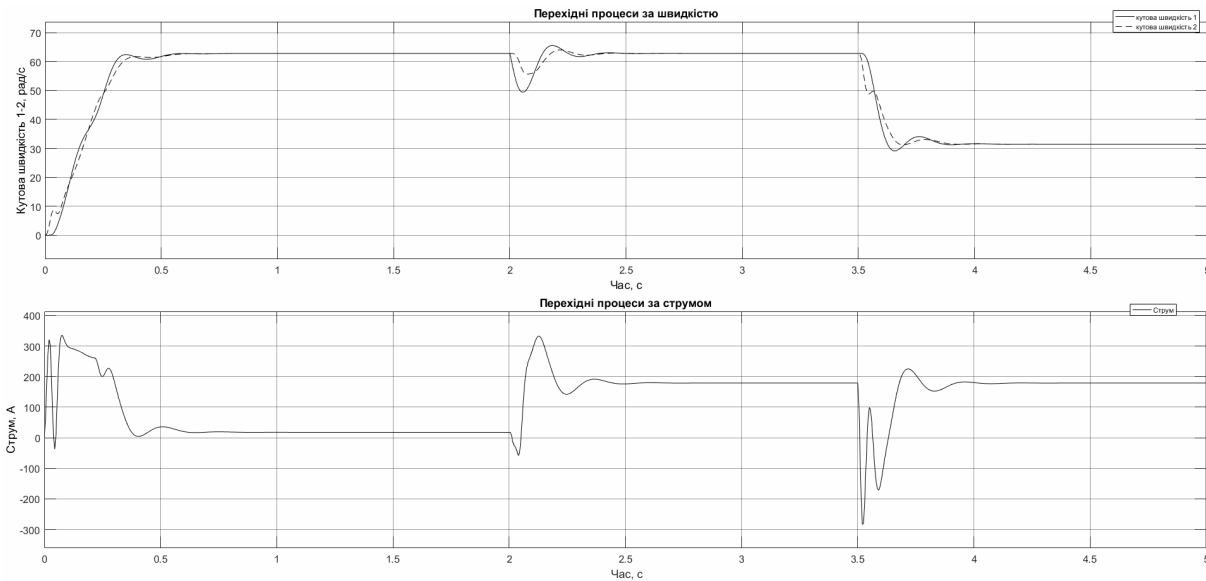


Рисунок 3 - Графіки перехідних процесів за швидкістю 1(2) та струмом

**Висновок.** Визначені основні параметрами, які впливають на динаміку спостерігача: модуль дійсного кореню його характеристичного рівняння, співвідношення моментів інерції та частота незатухаючих коливань. З метою компенсації статичної помилки що виникає при корегуванні за різницею швидкостей при впливі моменту, сигнал за моментом навантаження подається на вхід контуру швидкості через відповідну ланку. Отримана математична модель зі спостерігачем швидкості та струму навантаження використана для електропривода скіпового підйомника з метою забезпечення плавності руху.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Система подчиненного регулирования скорости с наблюдателем динамического и статического токов первого порядка / П. Х.Коцегуб, О. И. Толочко, В. Ю. Маринчев, П. И. Розкаряка. // Проблемы создания новых машин и технологий. Научные труды КГПУ. – 2001. – С. 103–109.
2. Стьопкін В. В. Дослідження впливу корегувальних зворотних зв'язків на механічні коливання електропривода засобами Matlab / В. В. Стьопкін, Т. В. Селівьорстова, В. О. Дереза. // VI Міжнародна науково-практична конференція молодих учених та студентів «Актуальні проблеми автоматизації та управління». – 2018. – С. 86–91.
3. Зворыкин В. Б. Коррекция САР скорости при наличии упругой связи двигателя с механизмом и малых коэффициентах соотношения инерци-

онных масс / В. Б. Зворыкин, Г. Ю. Станчиц. // Міжвідомчий науково-технічний збірник «Адаптивні системи автоматичного управління». – 2013. – С. 73–78.

4. Акимов Л. В. Динамика двухмассовых систем с нетрадиционными регуляторами скорости и наблюдателями состояния / Л. В. Акимов, В. И. Колотило, В. С. Марков. – Харьков, 2000. – 93 с. – (ХГПУ).

5. Колотило В. И. Разработка принципиальной схемы наблюдателя пониженного порядка для тиристорных электроприводов с упругой кинематикой / В. И. Колотило, В. С. Марков. // Вестник Харьковского государственного политехнического университета. – 2000. – №79. – С. 68–70.

#### REFERENCES

1. Sistema podchinennogo regulirovaniya skorosti s nablyudatelem dinamicheskogo i staticheskogo tokov pervogo poryadka / P. H. Kotsegub, O. I. Tolochko, V. Yu. Marinchev, P. I. Rozkaryaka. // Problemyi sozdaniya novyih mashin i tehnologiy. Nauchnyie trudyi KGPU. – 2001. – S. 103–109.

2. Stopkin V. V. Doslidzhennia vplyvu korehuvalnykh zvorotnykh zviazkiv na mekhanichni kolyvannia elektropyvoda zasobamy Matlab / V. V. Stopkin, T. V. Selivorstova, V. O. Dereza. // VI Mizhnarodna naukovo-praktychna konferentsiia molodykh uchenykh ta studentiv «Aktualni problemy avtomatyzatsii ta upravlinnia». – 2018. – S. 86–91.

3. Zvoryikin V. B. Korrektsiya SAR skorosti pri nalichii uprugoy svyazi dvigatelya s mehanizmom i malyih koeffitsientah sootnosheniya inertsionnyih mass / V. B. Zvoryikin, G. Yu. Stanchits. // Mizhvidomchiiy naukovotekhnichnyi zbirnik «Adaptivni sistemi avtomatichnogo upravlinnya». – 2013. – S. 73–78.

4. Akimov L. V. Dinamika dvuhmassovyih sistem s netraditsionnyimi reguliatorami skorosti i nablyudatelyami sostoyaniya / L. V. Akimov, V. I. Kolotilo, V. S. Markov. – Harkov, 2000. – 93 s. – (HGPU).

5. Kolotilo V.I. Razrabotka printsipialnoy shemyi nablyudatelya ponizhen-nogo poryadka dlya tiristornyih elektropyvodov s uprugoy kinematikoy / V.I. Kolotilo, V.S. Markov // Vestnik Harkovskogo gosudarstvennogo politehnicheskogo universiteta. – 2000. – №79. – S. 68–70.

## **ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ КЛАССИФИКАЦИИ ЭНТРОПИЙНЫХ ВЫБОРОК СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН**

*Аннотация. Проведен факторный анализ влияния параметров выборок измерений при классификации многомерных объектов. Исследование проведено на основании вычислительных экспериментов с использованием энтропийных преобразований. Определено влияние сдвига, масштаба и корреляции исходных данных на достоверность принятия решений о классе объекта контроля.*

*Ключевые слова: выборка измерений, энтропийные преобразования, классификация объектов, эффективность распознавания.*

### **Постановка задачи**

В настоящее время научная деятельность в технике, медицине, биологии, физики и других областях тесно связана с обработкой и анализом массивов данных, которые содержат информацию об объектах предметной области.

Для использования многопараметрических энтропийных преобразователей в задачах дефектоскопии необходимо исследовать влияние различных факторов на качество классификации. По этому поводу целесообразно провести факторный анализ и установить наиболее значимые параметры.

Цель исследования – факторный анализ влияния различных параметров исходных данных на работоспособности метода классификации многопараметрических объектов по экспериментальным измерениям. При использовании энтропийных преобразований последних.

### **Вычислительные эксперименты**

Задачу факторного анализа информативности параметров многомерных измерений при классификации объектов, можно решить путем

проведения вычислительных экспериментов. Для этого необходимо сформировать многомерные выборки измерений.

Введем следующие обозначения для упрощения записи законов распределения  $z_1 = \frac{x_1 - a_1}{\sqrt{D_1}}$ ,  $z_2 = \frac{x_2 - a_2}{\sqrt{D_2}}$ ,  $z_3 = \frac{x_3 - a_3}{\sqrt{D_3}}$ , и их корреляционные зависимости  $A_{11} = 1 - r_{23}^2$ ,  $A_{22} = 1 - r_{13}^2$ ,  $A_{33} = 1 - r_{12}^2$ ,  $A_{12} = r_{12} - r_{13}r_{23}$ ,  $A_{13} = r_{13} - r_{12}r_{23}$ ,  $A_{23} = r_{23} - r_{12}r_{13}$ . В этом случае случайные величины  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $z_3$  имеют нулевое математическое ожидание и единичную дисперсию, а их трехмерный закон распределения вероятностей запишется в виде

$$W(z_1 z_2 z_3) = \frac{\exp \left[ -\frac{A_{11}z_1^2 + A_{22}z_2^2 + A_{33}z_3^2 - 2A_{12}z_1z_2 - 2A_{13}z_1z_3 - 2A_{23}z_2z_3}{2(1 - r_{12}^2 - r_{13}^2 - r_{23}^2 + 2r_{12}r_{13}r_{23})} \right]}{\sqrt{(2\pi)^3 (1 - r_{12}^2 - r_{13}^2 - r_{23}^2 + 2r_{12}r_{13}r_{23})}} \quad (1)$$

Его энтропийное преобразование будет иметь вид:

$$L_1(x_1(k), x_2(k), x_3(k)) = \frac{1}{2} \ln \left[ (2\pi)^3 (1 - r_{12}^2 - r_{13}^2 - r_{23}^2 + 2r_{12}r_{13}r_{23}) D_{11}^* D_{12}^* D_{13}^* \right] + \left( \frac{A_{11}x_1^2 + A_{22}x_2^2 + A_{33}x_3^2 - 2A_{12}x_1x_2 - 2A_{13}x_1x_3 - 2A_{23}x_2x_3}{2(1 - r_{12}^2 - r_{13}^2 - r_{23}^2 + 2r_{12}r_{13}r_{23})} \right) \quad (2)$$

где  $x_1(k) = a_{11} + \sqrt{D_{11}}z_1$ ,  $x_2(k) = a_{12} + \sqrt{D_{12}}z_2$ ,  $x_3(k) = a_{13} + \sqrt{D_{13}}z_3$ .

Используя критерий сравнения  $W(m)$  выделим из нее те, которые относятся к первому классу

$$R^*\left(\frac{m}{1}\right) = \text{sgn}(W_0 - W(m)), \quad (3)$$

где  $\text{sgn}(x)$  – функция единичного скачка;  $W_0$  – пороговое значение критерия сравнения

Очевидно, что их относительное число может служить оценкой технологии производства этих объектов

$$P_{11}^* = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \text{sgn}(W_0 - W(m)). \quad (4)$$

Для использования многопараметрических энтропийных преобразователей в задачах дефектоскопии необходимо исследовать влияние различных факторов на качество классификации. По этому поводу целесообразно провести факторный анализ и установить наиболее значимые параметры.

Данные для проведения вычислительных экспериментов приведены в таблице 1. эталоны приняты объект  $O_1$  (1 класс), объект  $O_2$  (2 класс), объект  $O_9$  (3 класс).

Таблица 1

Параметры объектов, поступающих на контроль

	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	$D_{11}$	$D_{12}$	$D_{13}$	$r_{12}$	$r_{13}$	$r_{23}$
$O_1$	0	0	0	1	1	1	0,7	0,8	0,9
$O_2$	0	0	0	1	1	1	0	0	0
$O_3$	1	0	0	2	1	1	0	0	0,9
$O_4$	0	1	0	1	2	1	0	0,8	0
$O_5$	0	0	1	1	1	2	0,7	0	0
$O_6$	1	1	0	2	2	1	0,5	0,5	0,9
$O_7$	1	0	1	2	1	2	0,5	0,8	0,5
$O_8$	0	1	1	1	2	2	0,7	0,5	0,5
$O_9$	1	1	1	2	2	2	0,9	0,7	0,8

Как было отмечено выше, измеряемый параметр является носителем информации о состоянии объекта контроля и при этом воплощает в своих статистических показателях последствия той или иной причины в различии исследуемых объектов. Исходя из этого данные для проведения вычислительных экспериментов факторного анализа построены таким образом, чтобы каждый объект отличался от принятого за «норму» статистическими показателями параметра  $x_1(k)$ ,  $x_2(k)$ ,  $x_3(k)$  или их комбинациями. Отдельно исследован вопрос о разрушении корреляции. Поскольку наличие статистической связи между параметрами объекта контроля существенно влияет на вид гистограммы энтропийного преобразователя и его среднее значение.

Во время эксперимента оценивалась вероятность идентификации исследуемого объекта контроля как принадлежащего классу объектов  $O_1$ ,  $O_2$  или  $O_9$ . Вероятность принятия решений исчислялась по формулам (3) и (4) в соответствии с случае когда энтропийный преобразователь был сформирован по точным значениям параметров объекта контроля и для случая, когда в их качестве выступали оценки этих значений по экспе-

риментальным данным. Результаты эксперимента сведены в таблицу 2. Количество реализаций составляет 1000.

Таблица 2

Вероятность принятия гипотезы о классе объекта контроля (расчеты по точным значениям параметров) ( $n = 50$ )

Объект контроля	$O_1$	$O_2$	$O_3$	$O_5$	$O_6$	$O_7$	$O_8$	$O_9$
$P\left(O_j/O_1\right)$	0,962	1	0,43	0,468	0,612	0,673	0,654	0,916
$P\left(O_j/O_2\right)$	0,991	0,997	0,57	0,412	0,589	0,573	0,645	0,897
$P\left(O_j/O_9\right)$	0,901	0,857	0,489	0,456	0,634	0,645	0,873	0,989

Таблица 3

Вероятность принятия гипотезы о классе объекта контроля (расчеты по оценкам значений параметров) ( $n = 50$ )

Объект контроля	$O_1$	$O_2$	$O_3$	$O_4$	$O_5$	$O_6$	$O_7$	$O_8$	$O_9$
$P^*\left(O_j/O_1\right)$	0,911	1	0,257	0,302	0,315	0,498	0,511	0,493	0,887
$P^*\left(O_j/O_2\right)$	0,903	0,945	0,263	0,314	0,298	0,487	0,521	0,479	0,891
$P^*\left(O_j/O_9\right)$	0,893	0,713	0,433	0,493	0,302	0,501	0,574	0,799	0,901

Из анализа данных таблицы 3 следует, что наиболее влиятельным параметром на вывод о состоянии объекта контроля является корреляционная связь. Отличие математического ожидания и дисперсии влияет на результаты незначительно. Поэтому при использовании этого метода на практике возможно исследовать малейшие отклонения корреляции измеряемых параметров. Это дает возможность устанавливать причинно-следственные связи, но вместе с тем, этот метод требует проведения детальных исследований по различия между математическими ожиданиями и дисперсиями.

Сравнение таблицы 2 и 3 позволяет оценить влияние недостатка априорной информации при формировании энтропийных преобразова-

телей. Согласно указанным вероятностям можно утверждать, что отсутствие информации о статистических показателях измерительных параметров уменьшает вероятность принятия правильных решений в среднем на 5,1%. Но вместе с тем, предложенный метод классификации позволяет уточнять параметры преобразователей при накоплении информации о статистических показателях объектов неразрушающего контроля.

Если данные таблиц 2 и 3 интерпретировать в количестве изделий, отнесенных к каждому из трех классов, при условии, что объектов с параметрами указанными в таблице 1 было по двадцать каждого вида, то получим следующие результаты сведенные в таблице 4.

Таблица 4

Вероятность принятия гипотезы о классе объекта контроля (расчеты по точным значениям параметров) ( $n = 50$ )

Объект контроля	$O_1$	$O_2$	$O_3$	$O_4$	$O_5$	$O_6$	$O_7$	$O_8$	$O_9$
Класс 1	29	28	13	15	13	17	19	18	28
Класс 2	28	29	16	19	12	16	17	18	25
Класс 3	26	24	15	14	13	18	18	24	28

По данным таблицы 4 можно сделать вывод о работоспособности предложенного метода классификации объектов неразрушающего контроля. Но наличие ошибок и, как было отмечено выше, не большая чувствительность к изменениям только оползней или масштабов в статистических показателях измерительных объектов, требует совершенствования этого метода путем объединения классификации по энтропийным преобразованиями с комплексным критерием непараметрической статистики Буша-Винда.

### Выводы

Установлено, что причинно-следственные связи между контролируемым объектом и его параметрами, влияют на корреляционные зависимости измерений и находят отражение в их энтропийных преобразованиях. А также оказывают влияние на решения, принимаемые по энтропийным преобразованиям исходных данных. Этот факт позволяет



уменьшать количество ошибочных решений, принимаемых при классификации объектов контроля.

Путём энтропийного преобразования многомерные выборки трансформируются в одномерные, что позволяет при их оценки использовать стандартные критерии непараметрической статистики.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика/ А.И. Кобзарь. – М.: ФИЗМАТ ЛИТ, 2006. – 816 с.
2. Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. – М.: Наука, 1983. – 416 с.
3. Куренков Н. И. Энтропийный подход к решению задач классификации многомерных данных / Н. И. Куренков, С. Н. Ананьев // Ежемесячный теоретический и прикладной научно-технический журнал «Информационные технологии». – М. : «Новые технологии», 2006. – № 8. – С. 50-55.
4. Jenssen R. An Information Theoretic Approach to Machine Learning : Diss. for the Deg. of Dr. Scientiarum / R. Jenssen ; Department of Physics University of Tromso. – Tromso, 2005. – 179 p.
5. Xu Rui. Survey of clustering algorithms / Rui Xu, D. Wunsch II // IEEE Transactions on Neural Networks. – 2005. – V. 16, № 3. – P. 645.
6. Бабак В. П. Теоретические основы информационно-измерительных систем: Учебник / В. П. Бабак, С. В. Бабак, В. С. Ерёменко. – К. : ТОВ «Софія-А», 2014. – 832 с.
7. Fedorovich A. Classification of facilities multi parameters experimental measurements of their parameters / A. Fedorovich // European science review. – 2015. – № 7-8 July-August. – P. 140-142.

#### REFERENCES

1. Kobzar A.Y. Prykladnaia matematycheskaia statystyka/ A.Y. Kobzar. – M.: FYZMAT LYT, 2006. – 816 s.
2. Bolshev L.N., Smyrnov N.V. Tablytsy matematycheskoi statystyky. – M.: Nauka, 1983. – 416 s.
3. Kurenkov N. Y. Entropyinyi podkhod k resheniyu zadach klassyfykatsyy mnohomernykh dannykh / N. Y. Kurenkov, S. N. Ananev // Ezhemesiachnyi teoretycheskyi y prykladnoi nauchno-tekhnycheskyi zhurnal

«Ynformatsy-onnye tekhnolohyy». – М. : «Новые tekhnolohyy», 2006. – № 8. – S. 50-55.

4. Jenssen R. An Information Theoretic Approach to Machine Learning : Diss. for the Deg. of Dh. Scientiarum / R. Jenssen ; Department of Physics University of Tromso. – Tromso, 2005. – 179 p.

5. Xu Rui. Survey of clustering algorithms / Rui Xu, D. Wunsch II // IEEE Transactions on Neural Networks. – 2005. – V. 16, № 3. – P. 645.

6. Babak V. P. Teoretycheskye osnovy ynformatsyonno-ymerytelnykh system: Uchebnyk / V. P. Babak, S. V. Babak, V. S. Erëmenko. – K. : TOV «Sofiia-A», 2014. – 832 s.

7. Fedorovich A. Classification of facilities multi parameters experimental measurements of their parameters / A. Fedorovich // European science review. – 2015. – № 7-8 July-August. – P. 140-142.

**МЕТОД ПОБУДОВИ ЗГОРТКИ РОЗПОДІЛІВ ВЕЙБУЛЛА**

*Анотація. Запропоновано метод апроксимації згортки  $n$  випадкових величин, розподілених за законами Вейбулла та сплайн-Вейбулла, згортою сплайн-експоненційних розподілів. Розроблену технологію аналізу структурної надійності застосовано для оцінки надійності технічної системи. Результати імітаційного моделювання порівняно з результатами аналітичних апроксимацій на прикладі оцінки терміну активності складної технічної системи та зроблено висновок про доцільність використання запропонованих апроксимаційних методів.*

*Ключові слова. Згортка, розподіл Вейбулла, інтенсивність відмов, апроксимація.*

**Вступ.** Питання аналізу та контролю надійності складних систем для експоненційного розподілу часу безвідмовної роботи ретельно досліджені на сучасному етапі розвитку високотехнологічних систем. У працях [1–2] досліджено основні моделі розподілів, розподіли та моменти числа відновлень, альтернуючі процеси відновлення, ймовірнісні моделі відмов та стратегії заміни. Були розглянуті процеси відновлення, коли кількість елементів є достатньо велика (у математичній постановці ( $n \rightarrow \infty$ )).

Існуючі методики оцінки на базі експоненційного розподілу не дають задовільних висновків про показники надійності, оскільки закони розподілу можуть бути відмінними від експоненційного. Дослідження довели, що при описі моделей відмов і дослідженні показників надійності найбільш вірогідні результати можуть бути досягнуті при використанні розподілу Вейбулла та сплайн-розподілів [3–4].

**Постановка завдання.** Знайти згортку  $n$  випадкових величин, розподілених за законами Вейбулла, та сплайн-Вейбулла шляхом проведення апроксимації розподілу Вейбулла сплайн-експоненційним роз-

поділом з подальшим знаходженням згортки сплайн-експоненційних розподілів.

Розроблену технологію аналізу структурної надійності застосувати для оцінки надійності технічної системи.

**Результати дослідження.** Щоб підвищити надійність складних систем використовують структурне резервування, тобто введення в структуру об'єкта додаткових елементів, які виконують функції основних елементів у випадку їх відмови.

Для приладів аерокосмічної техніки використовуються такі види резервування – “гаряче”, “холодне”, “мажоритарне”, саме для них потрібно знаходити значення показників надійності.

Для оцінки показників надійності блока з “холодним” резервом потрібно знаходити згортку  $\zeta(\tau)$  випадкових величин, розподілених за законом Вейбулла та сплайн-Вейбулла, при кінцевому  $n$ . При згортці часовий відрізок обчислюється як

$$\tau = \sum_{i=0}^n \tau_i, \tau_i > 0, \quad (1)$$

де  $\zeta_i$  – часовий інтервал  $i$ -ї відмови.

Найвідоміше аналітичне наближення, запропоноване у [5], – знаходження згортки розподілів Вейбулла у вигляді ряду. Цей метод громіздкий і не може бути використаний у багатьох різновидах практичних задач.

У цій статті запропоновано знаходження аналітичної апроксимації згортки розподілів Вейбулла на базі згортки сплайн-експоненційних розподілів. Такий підхід базується на апроксимації функції інтенсивності розподілу Вейбулла кусково-сталими функціями інтенсивності сплайн-експоненційного розподілу з одним вузлом [4]:

$$f(t) = \begin{cases} \lambda_1 \exp(-\lambda_1 t), 0 < t \leq t_0 \\ \lambda_2 \exp[-(\lambda_1 - \lambda_2)t_0 - \lambda_2 t], t_0 < t < \infty \end{cases} \quad (2)$$

Апроксимація неперервної функції інтенсивності переходів являє собою задачу найкращого наближення розподілу функції  $\lambda(x)$  з вагою  $p(x)$  ступінчастою функцією  $c(x)$ . На заданому розбитті  $a = x_0 \leq x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n \leq x_{n+1} = b$   $c(x) = c_i(x) = c_i$ , при  $x_{i-1} \leq x < x_i$ .

Міра близькості  $f(x)$  і  $c(x)$  на  $(a,b)$  визначається як

$$\delta_a^b = \delta_a^b(|\lambda - c|) = \int_a^b p(x)|\lambda(x) - c(x)| dx \quad (3)$$

– за методом наближення в середньому,

$$\delta_a^b = \delta_a^b([\lambda - c]^2) = \int_a^b p(x)[\lambda(x) - c(x)]^2 dx \quad (4)$$

– за методом середньоквадратичного наближення.

У результаті розв'язання задачі отримуються параметри  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $t_0$  сплайн-експоненційного розподілу, який має таку функцію розподілу [4]:

$$F(t) = F^{(1)}(t) = \begin{cases} 1 - \exp(-\lambda_1 t), & 0 \leq t \leq T_0 \\ 1 - \exp(-(\lambda_1 - \lambda_2)t_0 - \lambda_2 t) & T_0 \leq t < \infty \end{cases} \quad (5)$$

Розв'язок задачі знаходження функції розподілу згортки сплайн-експоненційних розподілів може бути знайдений за допомогою характеристичних функцій.

Для функції розподілу характеристична функція  $\phi_n(s)$  має вигляд:

$$\phi_n(s) = \int_0^\infty \exp(-sz) dF_n(t). \quad (6)$$

Отже, для  $F_1(t)$  характеристична функція:

$$\phi_1(s) = \int_0^\infty \exp(-sz) dF_1(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + s} + \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + s} - \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + s} \right) \exp(-(\lambda_1 + s)T_0) \quad (7)$$

Шукана характеристична функція для функції розподілу згортки сплайн-експоненційних розподілів  $F^{(n)}(t)$  матиме вигляд:

$$\phi^{(n)}(s) = \prod_{i=1}^n \phi_i(s). \quad (8)$$

Функція щільності розподілу часу появи  $n$ -ї відмови визначається такою формулою:

$$f^{(n)}(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \exp(-tz) \phi^{(n)}(z) dz. \quad (9)$$

Якщо час між відмовами системи однаковий та розподілений за сплайн-експоненційним розподілом, то, зважаючи, що підінтегральна функція має в точках  $s = -\lambda_1$ ,  $s = -\lambda_2$  полюси  $n$ -го порядку, за допомогою теореми про лишки отримаємо такий вираз для функції щільності розподілу згортки:

$$f^{(n)}(t) = \frac{1}{(n-1)!} \lim_{s \rightarrow -\lambda_1} \frac{d^{n-1}}{ds^{n-1}} \left[ (s + \lambda_1)^n \varphi^{(n)}(s) \exp(st) \right] + \frac{1}{(n-1)!} \lim_{s \rightarrow -\lambda_2} \frac{d^{n-1}}{ds^{n-1}} \left[ (s + \lambda_2)^n \varphi^{(n)}(s) \exp(st) \right]. \quad (10)$$

Характеристичну функцію, що знайдена за виразами (6–7), треба підставити в кожний доданок з (10), тоді  $f^{(n)}(t)$  можна зобразити так:

$$f^{(n)}(t) = \frac{1}{(n-1)!} \left( \lim_{s \rightarrow -\lambda_1} \frac{d^{n-1}}{ds^{n-1}} \left[ \left( \lambda_1 + \left( \frac{\lambda_2(\lambda_1 + s)}{\lambda_2 + s} - \lambda_1 \right) \exp(-(\lambda_1 + s)T_0) \right)^n \exp(st) \right] + \lim_{s \rightarrow -\lambda_2} \frac{d^{n-1}}{ds^{n-1}} \left[ \left( \frac{\lambda_1((s + \lambda_2))}{\lambda_1 + s} + \left( \lambda_2 - \frac{\lambda_1((s + \lambda_2))}{\lambda_1 + s} \right) \exp(-(\lambda_1 + s)T_0) \right)^n \exp(st) \right] \right). \quad (11)$$

Для оцінки ефективності запропонованої технології було проведено порівняльний аналіз з результатами оцінки терміну активності системи управління авіакосмічного апарата.

Розрахункову ймовірність безвідмовної роботи на рік та  $\lambda$ -характеристики інтенсивності відмов апаратури, з припущенням, що відмови, розподілені за експоненційним законом, наведено в табл. 1.

При моделюванні відмов і визначенні параметрів надійності за допомогою комп'ютерних моделей необхідно синтезувати значення випадкових величин, розподілених за законами розподілу Вейбулла та сплайн-Вейбулла.

Нехай  $F(x)$  – функція розподілу деякої випадкової величини  $\xi$ . Синтезувати цю випадкову величину – значить сформувати послідовність її значень  $\xi_i$ , яким властива: імовірність того, що значення  $\xi_i$  буде меншим деякого значення  $x$ , або  $P(\xi_i < x) = F(x)$ .

Застосуємо загальний точний метод “зворотної функції”, який використовується для моделювання випадкових величин з необмеженими інтервалами зміни значень [6].

Для генерування вибірки даних сплайн-розподілу Вейбулла, який описується функцією розподілу:

$$F(t, t_0) = \begin{cases} 1 - \exp\left(-\frac{t^{\beta_1}}{\alpha}\right), & 0 < t < t_0 \\ 1 - \exp\left(-\frac{t_0^{\beta_1}}{\alpha} \left(\frac{t}{t_0}\right)^{\beta_2}\right), & t \geq t_0, \end{cases} \quad (12)$$

моделювання даних відбувається за законом (13):

$$x_i = \begin{cases} (-\alpha \ln(1 - \gamma_i))^{\beta_1}, & 0 < \gamma_i < P_1 \\ (-\alpha x_0^{\beta_2 - \beta_1} \ln(1 - \gamma_i))^{\beta_2}, & \gamma_i > P_1, \end{cases} \quad (13)$$

де  $P_1 = 1 - \exp\left(-\frac{x_0^{\beta_1}}{\alpha}\right)$ ,  $\alpha$  – параметр масштабу розподілу.

Для моделювання згортки  $n$  випадкових величин, кожна з яких має функцію розподілу  $F(x, \xi)$ , скористаємося наведеним методом моделювання розподілу Вейбулла та отримаємо величини  $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ . Згортка  $n$  випадкових величин розраховується за формулою  $\tau = x_0 + x_1 + \dots + x_n$ .

Щоб відновити параметри інтенсивності за розподілом Вейбулла або сплайн-Вейбулла проведемо імітаційне моделювання параметру інтенсивності кожного блоку за байєсівським методом. Результати відновлення параметрів  $\alpha$  та  $\beta$  розподілу Вейбулла наведено в табл. 1.

Таблица 1

Параметри  $\alpha$  та  $\beta$  розподілу Вейбулла для технічної системи

Бортова апаратура	ЙБР за 1 рік	$\lambda \cdot 10^6$ 1/ч	$\alpha \cdot 10^{-6}$ 1/ч	$\beta$ 1/ч
Побудовник місцевої вертикалі (ПМВ)	0,75	32,38	0,0308	1,014
Гіроскопічний вимірювач вектора кутової швидкості (ГІВКШ)	0,98	2,27	0,5469	1,013
Статичний перетворювач струму (СПС)	0,99	1,14	0,8784	0,998
БЦВМ	0,965	2,97	0,3775	1,036
Пристрій введення – виведення	0,982	2,045	0,3630	0,976
Блок підсилювача потужності (БПП)	0,99	1,14	0,8784	0,998
Рідинна реактивна система (РРС)	0,97	3,4	0,2561	0,987
Блок комутації (БК)	0,99	1,14	0,8784	0,998
Блок матричних реле (БМР)	0,99	1,14	0,8784	0,998
Службовий магнітометр (СМ)	0,935	7,38	0,1277	0,997
Електромеханічний виконавчий орган (ЕМВО)	0,994	0,68	1,2098	0,989

## Імітаційне моделювання

Метод знаходження згортки	Активний час системи ( $10^6$ годин)	Активний час системи (днів)
Імітаційне моделювання	0,0536	2233
Апроксимація шляхом розкладання в ряд	0,0578	2408
Апроксимація в середньому	0,058	2416
Апроксимація в середньоквадратичному	0,0574	2391

Результати імітаційного моделювання надійності технічної системи наведено в табл. 2. Ґрунтуючись на результатах дослідження, можна зробити висновок про доцільність використання запропонованих апроксимаційних методів, оскільки відхилення між імітаційними на аналітичними методами оцінки становить близько 3–6 %.

**Висновки.** Запропоновано технологію апроксимації згортки  $n$  випадкових величин, розподілених за законами Вейбулла та сплайн-Вейбулла, згорткою сплайн-експоненційних розподілів. Запропонована технологія апроксимації згортки розподілів Вейбулла в класі сплайн-розподілів є зручною та універсальною, оскільки дозволяє побудову апроксимацій для будь-яких значень параметрів  $\beta$ . Проведено порівняльний аналіз результатів імітаційного моделювання з результатами аналітичних апроксимацій на прикладі оцінки терміну активності системи космічного апарата та зроблено висновок про доцільність використання запропонованих апроксимаційних методів з метою аналізу надійності складних систем.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Гнеденко Б. В. Математические методы теории надежности. М.: Наука, 1965. 534 с.
2. Барлоу Р. Математическая теория надежности. М.: Советское радио, 1969. 488 с.
3. Horst Rinne. The Weibull Distribution: A Handbook / Chapman & Hall/CRC, 2008. 816 p.



4. Байбуз О. Г. Сплаины в надежности. Д., 2003. 256 с.
5. Jin Tongdan, Gonigunta Lakshmana S 'Exponential approximation to Weibull renewal with decreasing failure rate'. Journal of Statistical Computation and Simulation, Vol. 00, No. 0, 2009. p. 1–13.
6. Лоу А. М. Имитационное моделирование. Классика CS. 3-е изд. СПб.: Питер, 2004. 848 с.: ил.

#### REFERENCES

1. Hnedenko B. V. Matematycheskiye metody teoryy nadezhnosta. M.: Nauka, 1965. 534 s.
2. Barlou R. Matematycheskaia teoryia nadezhnosta. M.: Sovetskoe radio, 1969. 488 s.
3. Horst Rinne. The Weibull Distribution: A Handbook / Chapman & Hall/CRC, 2008. 816 p.
4. Baibuz O. H. Splaini v nadezhnosta. D., 2003. 256 s.
5. Jin Tongdan, Gonigunta Lakshmana S Exponential approximation to Weibull renewal with decreasing failure rate. Journal of Statistical Computation and Simulation, Vol. 00, No. 0, 2009. p. 1–13.
6. Lou A. M. Ymytatsyonnoe modelyrovanye. Klassyka CS. 3-e yzd. SPb.: Pyter, 2004. 848 s.: yl.

І.А. Соловійова, Ю.М. Николаєнко, М.Є. Алпаєв

## **ПРИКЛАД ВИКОРИСТАННЯ ЕКСПЕРТНИХ МЕТОДІВ ДЛЯ ОЦІНКИ МАРШРУТІВ ВИРОБНИЦТВА ХОЛОДНОДЕФОРМОВАНИХ ТРУБ**

*Анотація. Розроблена експертна система оцінки та вибору оптимального маршруту виробництва холоднодеформованих труб. Вона враховує декілька критеріїв та містить програмне забезпечення для частних критеріїв розрахунку, для статистичної обробки анкет експертів та вибору варіанта маршруту.*

*Ключові слова: експертна система, багатокритеріальна оптимізація, критерії, параметри деформації, математична модель, заготовка, труба, статистичний аналіз.*

**Вступ.** Виробництво холоднодеформованих труб одних і тих же видів та розмірів призводить до використання різних технологічних схем їх виготовлення, використання заготовки різних розмірів за різне число циклів деформації – маршрутів. Під час вибору оптимального варіанта маршруту виробництва холоднодеформованих труб необхідно використовувати всі особливості деформування на проходах маршруту та чинники, які впливають на якість продукту, час його виготовлення, трудо– та енергозатрати, продуктивність задіяного обладнання [1–3].

**Мета роботи** – аналіз чинників, що впливають на технологічні та якісні показники маршруту виробництва холоднодеформованих труб, розробка методики розрахунку критеріїв оцінки маршрутів та програмного забезпечення експертної оцінки маршрутів виробництва труб на станах холодної прокатки та волочіння труб при використанні розроблених математичних моделей процесів деформації та відповідних комп'ютерних програм [1, 3].

У сучасних складних умовах динамічних змін зовнішнього середовища питання ефективності методів виробництва і управління набуває

важливого значення. Істотним фактором підвищення наукового рівня виробництва є застосування математичних методів і моделей при підготовці управлінських та технічних рішень. В деяких випадках дуже важко розробити адекватну математичну модель. Тому для прийняття обґрунтованих рішень в будь якій галузі діяльності потрібно використовувати знання, досвід, а подеколи – інтуїцію фахівців, експертів. Науково обґрунтовані експертні висновки дають змогу суттєво знизити ризик прийняття неефективних рішень.

Рішення задачі формування технологічного процесу має багато варіантів, тому що виробництво труб одного сортаменту можливо за різними технологічними схемами, а в рамках кожної технологічної схеми можливі різні варіанти маршрутів виробництва.

На практиці вибір технологічної схеми в діючих цехах здійснюється на основі сформованих традицій, досвіду і ряду виробничих факторів, що не завжди відповідає зазначеним критеріям. Однак колективний досвід та знання фахівців важливо використовувати, що можливо при створенні відповідних фахових експертних систем.

При створенні експертної системи оцінки маршрутів виробництва холоднодеформованих труб виникає питання розробки математичного та програмного забезпечення конструювання альтернативних маршрутів, тобто технології виробництва та вирішення наступних завдань: розробки математичних моделей параметрів холодної прокатки і волочіння, конструювання технологічних карт виробництва, визначення продуктивності обладнання.

Питання моделювання, оптимізації трубного виробництва, розробки деяких параметрів обладнання і діючих технологій відображені в роботах [1-4] та ін., але не вирішують питання залучення експертів та прийняття рішень.

Процес прийняття рішень доцільно розглядати як систему, що складається з певного набору типових підсистем (етапів) та їх елементів (процедур, дій, операцій), що взаємодіють між собою, число і склад яких може варіюватися залежно від умов і розв'язуваної задачі. Вхідним елементом системи прийняття рішень є інформація про проблемну область

(вихідна інформація), вихідним – множина допустимих (оптимальних) рішень. Тобто вирішується задача багатокритеріальної оптимізації.

Однією з причин, що призводить до багатокритеріальності, є множинність технологічних вимог, які пред'являються до характеристик проектного маршруту. Наступною причиною багатокритеріальності є необхідність забезпечення оптимальності проектного маршруту при різних умовах його функціонування.

При постановці завдання оптимального проектування одним з основних питань є вибір критерію оптимальності  $Q_i(\bar{x})$ . З одного боку, критерій повинен мати конкретний фізичний зміст, а з іншого – від нього вимагається, щоб він якомога повніше характеризував проєктований маршрут.

Метод згортання критеріїв є найбільш поширеним методом вирішення багатокритеріальних завдань, що враховує відносну важливість частних критеріїв оптимальності за допомогою побудови скалярної функції  $F$ , яка є узагальненим критерієм (лінійна згортка).

За основу розробки експертної системи оцінки альтернативних маршрутів виробництва труб був обраний метод «Дельфі».

Для визначення частних критеріїв, які впливають на вибір маршруту виробництва, проаналізовані чинники, які впливають на технологічні, якісні, економічні параметри оцінки маршрутів.

До найбільш важливих частних критеріїв, які відображаються чисельними показниками, відносяться: продуктивність основного обладнання; число проходів; коефіцієнт металопрокату; зміни вихідної поперечної різностінності; витрати машинного часу основного обладнання; витрати металу.

Як правило, не буває маршрутів, що відповідають усім перерахованим критеріям. Тому важливість частного критерію треба вибирати з урахуванням конкретних особливостей виробництва. Наприклад, при виготовленні труб з дорогих сплавів найбільш важливим критерієм є мінімум витрати металу, а при виробництві труб загального призначення важливо домогтися мінімуму витрат машинного часу основного облад-

нання і мінімуму витрат по переділу. Важливість та вага критерію – функція експерта.

Експертна система складається з програмного забезпечення, розрахунку показників частних критеріїв оцінки різних проходів у маршруті, блоку вибору експертів та визначення їх коефіцієнтів важливості і блоку реалізації методу Дельфі для оцінки технологічних схем.

Загальний інтерфейс програми представлений на рисунку 1.

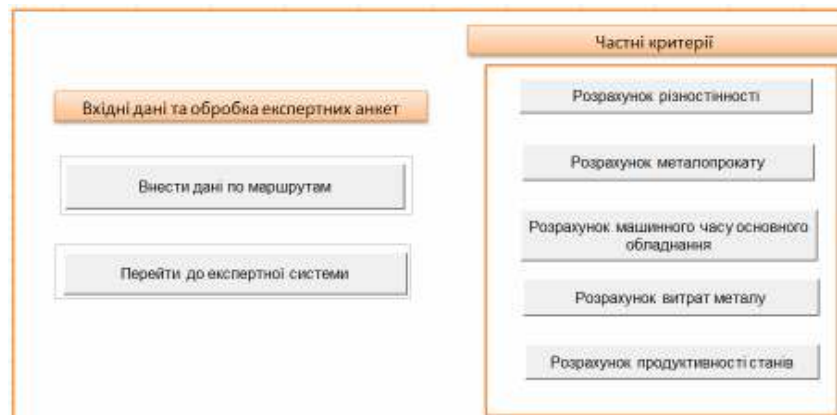


Рисунок 1 – Загальний інтерфейс програми

Для заповнення вхідної інформації, тобто маршрутів виробництва скористалися спеціалізованою програмою, яка розроблена на кафедрі технологічного проектування НМетАУ [3]. Програма створена для проектування маршрутів широкого сортаменту за допомогою графоаналітичного методу [1]. Вибір обладнання, марки сталі та інших параметрів може змінювати користувач. Розроблені маршрути представлені на рисунку 2.

Дані по заданим маршрутам							
№	№ ГМТ	Число проходу	Діаметр, D мм	Товщина стіни, S мм	Тип стану	Продуктивність, м/год	Коефіцієнт важливості, μ
2	1	0	70.0	6.0			
4		1	43.0	3.8	ЛПТ-65	180.5	2.58
5		2	20.0	1.5	ЛПТ-32	192.0	5.37
6	2	0	83.0	6.5			
7		1	50.0	3.8	ЛПТ-75	222.2	2.83
8		2	27.0	1.4	ЛПТ-32	189.4	4.90
9		3	20.0	1.5	60	1410.8	1.29
10	3	0	76.0	6.0			
11		1	45.0	4.5	ЛПТ-75	209.8	2.25
12		2	23.0	2.1	ЛПТ-32	185.9	4.25
13		3	20.0	1.5	60	1536.8	1.58
14	4	0	75.0	7.0			
15		1	50.0	5.0	ЛПТ-65	172.9	2.15
16		2	26.0	2.7	ЛПТ-32	181.4	3.58
17		3	23.0	1.9	ЛПТ-15-30	92.6	1.57
18		4	20.0	1.5	ЛПТ-15-30	85.0	1.44
19							
20	Перейти до експертної системи				До розрахунку продуктивності станів		

Рисунок 2 – Вихідні дані для вибору оптимального маршруту

За допомогою алгоритмів [1-3], розроблені програми розрахунків частних критеріїв, перелік яких представлений на рисунку 1.

Наприклад, фрагмент модуля програми визначення продуктивності обладнання представлений на рисунку 3, а модуля визначення витратного коефіцієнту металу при прокатці (волочинні) – на рисунку 4.

1	ПРОДУКТИВНІСТЬ СТАНІВ				
2					
3	Продуктивність стану ХПТ-32:		Перейти до початкової сторінки		
4					
5	M <sub>m</sub> =	40			
6	n =	90			
7	Довжина заготовки, м =	4			
8	Коеф. витяжки (μ) =	4,25	лист даних	Π =	185,9
9	Час пауз (T <sub>пауз.</sub> ) =	45,8			
10					

Тип стану:	ХПТР 4-15	ХПТР 15-30	ХПТР 30-60
M =	8	9,2	9
n =	120	120	90
T <sub>пауз.</sub> =	40	40	50
Коеф. витяжки (μ) =	1,57	лист даних	
Продуктивність стану на данному проході:			
Π =	81,7	92,6	68,6
Продуктивність стану безоправочного волочіння			
k <sub>1</sub> =	1		T <sub>в</sub> , сек =
k <sub>2</sub> =	0,85		V <sub>ср</sub> , м/мин =
Коеф. витяжки (μ) =	1,29	лист даних	
Довжина заготовки l <sub>0</sub> =	4,00		
T <sub>маш.</sub> =	6,192		
Продуктивність стану на данному проході:			
Π =	1410,8		

Рисунок 3 – Фрагмент розрахунку продуктивності станів

Витратний коефіцієнт за прохід визначається за формулою:									
$r_n = \frac{1}{\left(1 - \frac{l_{обр}}{a}\right) \cdot \left(1 - \frac{l_{зост}}{l_0 \cdot \mu_n}\right) \cdot \left(1 - \frac{\Delta}{t}\right)}$									
$l_{обр}$	- довжина зразків для технологічного контролю та випробувань;								
$a$	обсяг партії труб, від якої відбирають зразки, м;								
$l_{зост}$	довжина обрізаних кінців після прокатки або довжина обрізаних головок після волочиння, м;								
$l_0$	довжина заготовки ( $l_0 = 4$ м);								
$\mu$	коефіцієнт витяжки в даному проході;								
$\Delta$	обсяг втрат металу при термообробці і хімічній обробці труб.								

Рішення:	Маршрут 1	Маршрут 2	Маршрут 3	Маршрут 4
1 прохід	1 прохід	1 прохід	1 прохід	1 прохід
1,018	1,018	1,016	1,014	
2 прохід	2 прохід	2 прохід	2 прохід	2 прохід
1,049	1,053	1,036	1,030	
3 прохід	3 прохід	3 прохід	3 прохід	3 прохід
1,000	1,071	1,066	1,048	
4 прохід	4 прохід	4 прохід	4 прохід	4 прохід
1,000	1,000	1,000	1,059	
$r_n \Sigma$	1,122	1,205	1,178	1,218

Рисунок 4 – Фрагмент розрахунку витрат металу

Всі дані після розрахунків автоматично заносяться до даних безпосередньо в основну частину експертної системи. Ця частина містить в собі всі частні критерії, анкети експертів, статистичну обробку експертних оцінок по критеріях, отримані результати по заданим маршрутам та вибір оптимального варіанта (рисунок 5).



виробництва труб нового сортаменту, при виборі маршруту виробництва для визначення програми виробництва, при визначенні навантаження на основне обладнання цеху.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Соловьева И.А. Разработка многовариантной технологии, исследование и внедрение рациональных режимов производства холоднодеформированных труб: дис. ... канд. техн. наук: 05.16.05 / Соловьева Инна Анатольевна. – Днепропетровск, 1987. – 200 с.
2. Попов М.В. Совершенствование процесса периодической прокатки труб / М.В. Попов, С.В. Атанасов, Ю.М. Беликов. – Днепропетровск: ООО Независимая издательская организация «Дива», 2008. – 192 с.
3. Проектування комбінованих маршрутів виробництва холоднодеформованих труб / В.Ф. Балакін, І.А. Соловійова, Ю.М. Николаєнко, К.С. Білан // Системні технології. – 2017. – Вип. 4. – С. 56-62.
4. Богатов А.А. Анализ на ПЭВМ маршрутов волочения, холодной прокатки и прессования труб: метод. указания к самостоятельной работе по курсу «Технология трубного производства» / А.А. Богатов, Н.А. Смирнов, В.В. Харитонов [та ін.]. – Екатеринбург: Уральский государственный технический университет, 2005. – 31 с.

### REFERENCES

1. Soloveva I.A. Razrabotka mnogovariantnoy tehnologii, issledovanie i vnedrenie ratsionalnyih rezhimov proizvodstva holodnodeformirovannyih trub: dis. ... kand. tehn. nauk: 05.16.05 / Soloveva Inna Anatolevna. – Dnepropetrovsk, 1987. – 200 s.
2. Popov M.V. Sovershenstvovanie protsessa periodicheskoy prokatki trub / M.V. Popov, S.V. Atanasov, Yu.M. Belikov. – Dnepropetrovsk: ООО Nezavisimaya izdatelskaya organizatsiya «Diva», 2008. – 192 s.
3. Proektuvannia kombinovanykh marshrutiv vyrobnytstva kholodnodeformovanykh trub / V.F. Balakin, I.A. Soloviova, Yu.M. Nykolaienko, K.S. Bilan // Systemni tekhnolohii. – 2017. – Vyp. 4. – S. 56-62.
4. Bogatov A.A. Analiz na PEVM marshrutov volocheniya, holodnoy prokatki i pressovaniya trub: metod. ukazaniya k samostoyatelnoy rabote po kursu «Tehnologiya trubnogo proizvodstva» / A.A. Bogatov, N.A. Smirnov, V.V. Haritonov [ta In.]. – Ekaterinburg: Uralskiy gosudarstvennyiye tehnicheskiy universitet, 2005. – 31 s.



**СОДЕРЖАНИЕ**

**ДЕНИСЕНКО О.І., ЦОЦКО В. І.**

Фізичні аналогії в галузі інжекційного синтезу композитних матеріалів 3

**ДМИТРИЄВ Д.О., РУДАКОВА Г.В.,**

**РУСАНОВ С.А., ФЕДОРЧУК Д.Д.**

Моделювання і керування просторовими системами приводів для технологічних задач у машинобудуванні ..... 13

**GUDA A.I., ZIMOGLYAD A.YU.**

Buck converter simulation and measurement ..... 21

**TRYPUTEN M., KUZNETSOV V., KUZNETSOVA Y.,**

**TRYPUTEN M., KUZNETSOVA A., SKLYAR R.**

Predicative form of the energy-economic model of an asynchronous motor. 33

**КАЖАН В.Е., СТЕПКИН В.В., ЗАХАРОВ А.А.**

Статистическая полумарковская модель оценки показателей надежности электромеханической системы..... 42

**КУБАЕВ В.Ю., НЕЖУРИН В.И., НИКОЛЕНКО А.В.**

Математическое моделирование распределения энергии в объеме рабочего пространства трехфазной рудовосстановительной электропечи ..... 49

**ПОДКОВАЛІХІНА О.О., ЛОГВІНЕНКО В.О., БАХРУШИН В.Є.**

Задача розподілу інвестицій в умовах статистичної невизначеності .... 56

**БРАЗЛУК Ю.В., ГУБИН А.И., ДАВЫДОВА А.В.,**

**ЕВДОКИМОВ Д.В., МАЛАЯ Ю.А., СТОЯНОВСКИЙ М.А.**

Математическое и численное моделирование систем теплоизоляции тел сложной геометрической формы ..... 64

**НАДТОЧІЙ А.А., ВЕЛИКОНСЬКА Н.М., КАРЯГІН Є.Д.**

Математичні моделі для прогнозування активності компонентів оксидних систем, еквівалентних фосфоритовим рудам ..... 77

**ПОЛЯКОВ М.А., АНДРИАС И.А.**

Конечные автоматы с небинарными элементами множеств..... 85

**SARYCHEV O.P., PERVIY B.A.**

Optimal regressors search subjected to vector autoregression of unevenly spaced TLE series .....95

**СЕНЬКО А.О., КУПІН А.І.**

Факторний аналіз часових рядів для визначення рівня персистентності показників процесу збагачення залізної руди ..... 111

**СТЬОПКІН В.В., КАЖАН В.Є., БЕРЕЗІН О.О.**

Модельовання спостерігаючого пристрою для електропривода механізму скіпового підйомника ..... 119

**ФЕДОРОВИЧ А.И.**

Факторный анализ классификации энтропийных выборок случайных величин ..... 126

**БАЙБУЗ О.Г., ХАМХОТЬКО О.С., ПОЛОНСЬКА А.Є.**

Метод побудови згортки розподілів Вейбулла ..... 133

**СОЛОВЬОВА І.А., НИКОЛАЄНКО Ю.М., АЛПАЄВ М.Є.**

Приклад використання експертних методів для оцінки маршрутів виробництва холоднодеформованих труб ..... 140

## РЕФЕРАТЫ

УДК 530.1; 621.793

Денисенко А. И. Цоцко В. И. **Физические аналогии в области инъекционного синтеза композитных материалов** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 2 (121). - Днепр, 2019. - С.3 - 12.

Приведены результаты апробации метода физических аналогий в качестве технологии научно-образовательного процесса (нелинейной техники мышления) для почти безресурсного "туннелирования" к новому научному знанию в научно-техническом информационном пространстве на примере исследований в области инъекционного синтеза композитных материалов энергетических воздействий на алюминий от оксидных микрочастиц при их ударных внедрениях, факторов дефектообразования на тонком ленточном электроде в этих условиях а также долговечности удержания металлической связками в электродном композите оксидных включений при циклических нагрузках.

Библ. 13.

УДК 621.9.06

Дмитрієв Д.О., Рудакова Г.В., Русанов С.А., Федорчук Д.Д. **Моделювання і керування просторовими системами приводів для технологічних задач у машинобудуванні** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 2 (121). - Днепр, 2019. - С.13 - 20.

Проведено аналіз плоских механізмів з замкнутими кінематичними ланцюгами із застосуванням процедури побудови планів векторів швидкостей. Виведено аналітичні залежності для шуканої швидкості вихідної ланки установки з просторовими системами приводів, показано області рішень з метою встановлення параметричних зв'язків кінематики з геометрією компоновки з направляючими, які перетинаються в просторі. Ґрунтуючись на отриманих виразах, розроблене спеціалізоване програмне забезпечення TAngle для визначення шуканої швидкості вихідної ланки.

Библ. 6, ил. 5.

УДК 004.681.2.08

Зимогляд А.Ю., Гуда А.І. **Симуляція та вимірювання імпульсного перетворювача напруги** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 2 (121). - Днепр, 2019. - С.21 - 32.

Була розроблена математична модель перетворювача для термічного випаровування металу у вакуумі для проведення досліджень в області створення функціональних покриттів. Порівняння з даними, отриманими в реальному експерименті, підтверджує правильність запропонованих моделей і методів.

Бібл. 6.

УДК 621.31

Трипутень М., Кузнецов В., Кузнецова Є., Трипутень М., Кузнецова А., Скляр Р. **Передикатна форма енерго-економічної моделі асинхронного двигуна** // Системные техно-

логии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 2 (121). - Днепр, 2019. - С.33 - 41.

Стаття присвячена актуальній проблемі вибору засобів захисту асинхронних двигунів, що працюють в цехових електричних мережах промислових підприємств з неякісною електроенергією. Показана можливість подання енергоекономічної моделі асинхронного двигуна у вигляді диз'юнкції предикатів і застосування до них алгоритмів розпізнавання образів для прийняття рішення. Головні переваги нової моделі - відкритість і можливість накопичення знань про режими роботи електромеханічного обладнання. У висновках розглядається математичний апарат, який використовується для опису процедур навчання, адаптації, мінімізації кількості предикатів і оптимізації; а також практична цінність отриманих в ході моделювання результатів.

Бібл.9, іл.2, табл.1

УДК 62. 313. 3 – 7. 017

Кажан В.Е., Степкин В.В., Захаров А.А. **Статистическая полумарковская модель оценки показателей надежности электромеханической системы** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 2 (121). - Днепр, 2019. - С.42 - 48.

Рассматриваются различные методы получения данных о надежности электромеханической системы (ЭМС). Предлагается новая адекватная статистическая полумарковской модель оценки показателей надежности и технического состояния ЭМС с использованием датчика случайных чисел, равномерно распределенных в единичном интервале, формирующий случайное число с заданным законом распределения и матрицы среднего суммарного времени пребывания процесса в каждом состоянии системы. По результатам моделирования процесса эксплуатации ЭМС, заданного в виде ориентированного графа состояний и переходов, получают совокупность показателей надежности в дискретной форме, которые аппроксимируются полиномиальными функциями времени.

Библ. 6.

УДК 621.365.23

Куваєв В.Ю., Нежурін В.І., Ніколенко А.В. **Математичне моделювання розподілення енергії в об'ємі робочого простору трифазної рудовідновлювальної печі** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 2 (121). - Днепр, 2019. - С.49 - 55.

Авторами запропонована математична модель розподілення густини струму в перерізі самообпалювального електрода, питомої активної потужності в об'ємі робочого простору ванни, напруженості магнітного поля на поверхні своду рудовідновлювальної електропечі за методом вторинних джерел у формі інтегральних рівнянь Фредгольма II-го роду з використанням експериментальних даних діючих печей.

Математична модель може бути використана при реконструкції та проектуванні печей, для визначення втрат в її металоконструкціях на стадії проектування.

Бібл. 8, іл. 2.

УДК 519.213.1

Подковаліхіна О.О., Логвіненко В.О., Бахрушин В.Є. **Задача розподілу інвестицій в умовах статистичної невизначеності** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 2 (121). - Днепр, 2019. - С.56 - 63.

Здійснено моделювання впливу статистичної невизначеності на оптимальний розв'язок задачі розподілу інвестицій. Показано, що у цьому випадку можливі декілька варіантів планів, які для конкретних реалізацій випадкових параметрів можуть бути оптимальними. Розглянуто альтернативні критерії оптимальності для таких задач.

Бібл. 17, іл. 1, табл. 2.

УДК 519.7

Бразалук Ю.В., Губін О.І., Давидова А.В., Євдокимов Д.В., Мала Ю.А., Стояновський М.А. **Математичне та чисельне моделювання систем теплоізоляції тіл складної геометричної форми** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 2 (121). - Днепр, 2019. - С.64 - 76.

У роботі розглянуто актуальну для сучасної теплотехніки та теплоенергетики задачу про пасивний тепловий захист об'єктів складної геометричної форми. Показано, що розв'язання даної задачі пов'язано з найбільш серйозними проблемами сучасної обчислювальної математики. Для дослідження поля температур у теплозахисному покритті запропонована асимптотична математична модель. Розрахунок полів температур в об'єктах, що захищаються, було розглянуто в декількох окремих випадках, та показано, що у залежності від природи захищеного об'єкту слід застосовувати чи метод граничних елементів, чи метод скінченних елементів. Результати роботи можуть бути застосовані в теплотехніці, теплоенергетиці, авіа- та ракетобудуванні.

Бібл. 14.

УДК 669.168

Надточій А.А., Великонська Н.М., Карягін Є.Д. **Математичні моделі для прогнозування активності компонентів оксидних систем, еквівалентних фосфоритовим рудам** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 2 (121). - Днепр, 2019. - С.77 - 84.

Проведено комплексне теоретичне дослідження фосфоритів вітчизняних родовищ з метою обґрунтування технології електрохімічного виробництва ферофосфору. Здійснено моделювання існування рівноважних фаз у складній системі на основі оксиду фосфору. Підтверджена можливість використання фосфоритів вітчизняних родовищ у якості сировини для виробництва ферофосфору. Розглянуто закономірності та побудовано картографи зміни активності компонентів оксидних систем при змінних основності та складі. Отримано прогнозні математичні моделі для визначення активності компонентів у складних системах, що еквівалентні до фосфоритових руд.

Бібл. 8, іл. 3.

УДК 621.314

Поляков М.О., Андріас І.А. **Скінчені автомати з небінарними елементами множин** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 2 (121). - Днепр, 2019. - С.85 - 94.

Уточнено визначення класичного скінченого автомата в частині властивостей елементів його множин. Запропоновано моделі, описані властивості скінчених автоматів з небінарними елементами множин станів, входів, виходів, управлінь і функцій, які утворюють автомат. Описано механізми параметричної і структурної адаптації запропонованих автоматів. Активність виходів автомата визначена в околиці активного стану та на різних часових інтервалах.

Бібл. 8, іл. 2, табл. 1.

УДК 519.25:681.5

Саричев О.П., Первій Б.А. **Лінійна авторегресія в умовах нерівновіддалених спостережень у задачі моделювання TLE-елементів** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 2 (121). - Днепр, 2019. - С.95 - 110.

Розроблено ітераційну процедуру параметричної ідентифікації авторегресійних моделей із нерівновіддаленими спостереженнями. Розглянуто задачу моделювання динаміки космічного апарата «Січ-2» за його часовими рядами TLE-елементів з нерівновіддаленими в часі значеннями. По всіх елементах отримано моделі задовільної якості.

Бібл. 15. Ілл. 1. Табл. 3

УДК 004.942

Сенько А.О., Купин А.І. **Факторний аналіз часових рядів для визначення рівня персистентності показників процесу збагачення залізної руди** // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. - Випуск 2 (121). - Дніпро, 2019. - С.111 - 118.

Представлені результати дослідження технологічних характеристик секції збагачення на основі методів хаотичної динаміки. Розглянуто задачу аналізу статистичних властивостей процесів та прогнозування рівнів часових рядів. Встановлено, що використання R/S-аналізу дозволяє уточнити процедури прогнозування, використовуючи дані про показники Херста. Досліджено можливості прогнозування часових рядів на основі узагальнених логістичних відображень.

Бібл. 6, іл. 2, табл. 2

УДК 65.011.56

Стьопкін В.В., Кажан В.Є., Березін О.О. **Моделювання спостерігаючого пристрою для електропривода механізму скіпового підйомника** // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. - Випуск 2 (121). - Дніпро, 2019. - С.119 - 125.

Розглядається математична модель електропривода для скіпового підйомника доменної печі з навантажувальною діаграмою механізму та спостерігачем при підпорядкованому регулюванні параметрів з можливістю забезпечення плавності руху. Запропонований спостерігач для оцінювання швидкості двигуна та статичного наванта-

ження, який за допомогою виміряного струму якоря та швидкості двигуна оцінює прискорення виконавчого механізму. Показано можливість використання даної моделі для електропривода скіпового підйомника.

Бібл.5, іл.2.

УДК 620.179

Федорович А.І. **Факторний аналіз класифікації ентропійних вибірок випадкових величин** // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. - Випуск 2 (121). - Дніпро, 2019. - С.126 - 132.

Розглянуто задачу аналізу еталонних вибірок ентропійних перетворень і оцінку працездатності методу класифікації багатопараметричних об'єктів за експериментальними вимірами. на якість класифікації при багатовимірності вимірювань. Розраховані ймовірності прийняття правильних рішень в разі, коли використовуються точні дані і в разі оцінки параметрів вимірюваних величин.

Бібл.7.

УДК 519.254

Байбуз О.Г., Хамхотко О.С., Полонська А.Є. **Метод побудови згортки розподілів Вейбулла** // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. - Випуск 2 (121). - Дніпро, 2019. - С.133 - 139.

Запропонована технологія згортки п випадкових величин, що розподілені за законами Вейбулла та сплайн-Вейбулла, згорткою сплайн-експоненційних розподілів. Проведено порівняльний аналіз результатів імітаційного моделювання з результатами аналітичних апроксимацій на прикладі оцінки терміну активності технічної системи.

Бібл. 6, табл. 2.

УДК 621.774.35

Соловйова І.А., Николаєнко Ю.М., Алпаєв М.Є. **Приклад використання експертних методів для оцінки маршрутів виробництва холоднодеформованих труб** // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. - Випуск 2 (121). - Дніпро, 2019. - С.140 - 146.

Розроблена експертна система оцінки та вибору оптимального маршруту виробництва холоднодеформованих труб. Вона враховує декілька критеріїв та містить програмне забезпечення для частних критеріїв розрахунку, для статистичної обробки анкет експертів та вибору варіанта маршруту.

Бібл. 4, рис. 6

UDC 530.1; 621.793

Denisenko O. I., Tsotsko V. I. **Physical analogies in the field of injection synthesis of composite materials** // System technologies. N 2(121) - Dnipro, 2019.- P.3 – 12.

The results of the approbation of the method of physical analogies as a technology of the scientific-educational process (nonlinear thinking technique) for almost non-resource "tunneling" to the new scientific knowledge in the scientific and technical information space are given on the example of research in the field of injection synthesis of composite materials of energy influences on aluminum from oxide microparticles with their shock deployments, the defect formation factors on a thin ribbon electrode in these conditions, as well as the durability of retention metal bundles in the electrode composite of oxide inclusions in cyclic loads.

Libr. 13.

UDC 621.9.06

Dmitriev D.D., Rudakova H.V., Rusanov S.A., Fedorchuk D.A. **Modeling and control of spatial systems of drives for technological problems in mechanical engineering** // System technologies. N 2(121) - Dnipro, 2019.- P.13 – 20.

The analysis of flat mechanisms with closed kinematic chains using the procedure for constructing plans of velocity vectors has been carried out. Analytical dependencies are derived for the desired output unit speed with spatial drive systems; decision areas are shown to establish parametric relationships of kinematics with layout geometry with guides that intersect in space. Based on the obtained expressions, TAngle specialized software was developed to determine the desired output link rate.

Bibl. 6, ill. 5.

UDC 004.681.2.08

Guda A.I., Zimoglyad A.Y. **Buck converter simulation and measurement** // System technologies. N 2(121) - Dnipro, 2019.- P.21 – 32.

Was developed mathematics model of buck converter for thermal evaporation metal in a vacuum to conduct research in the field of creating functional coatings. Comparison with data, acquired in real experiment, confirms correctness of the proposed models and methods.

Bibl. 6.

UDC 621.31

Tryputen M., Kuznetsov V., Kuznetsova Y., Tryputen M., Kuznetsova A., Sklyar R. **Predictive form of the energy-economic model of an asynchronous motor** // System technologies. N 2(121) - Dnipro, 2019.- P.33 – 41.

This article is dedicated to a burning problem of choosing the means of protection of induction motors which function within poor-quality electrical energy workshop networks of industrial enterprises. The possibility of energy saving squirrel-cage induction motor model in terms of predicates disjunction representation and applying of identification algorithm to them has been shown. The bet asset of the new model is transparency and possibility of accumulation of knowledge related to electromechanical equipment operation patters.



In conclusion, mathematical apparatus used for description of the procedures of teaching, adaptation, minimization of number of predicates and optimization and also practical effect of the results available from modeling is considered.

Ref.9, fig.2, t.1

UDC 62. 313. 3 - 7. 017

Kazhan V.E., Stepkin V.V., Zakharov A.A. **Statistical semi-Markov model for assessing the reliability of the electromechanical system** // System technologies. N 2(121) - Dnipro, 2019.- P.42 – 48.

Various methods for obtaining data on the reliability of an electromechanical system (EMC) are considered. A new adequate statistical semi-Markov model for estimating the reliability and technical condition of the EMC is proposed using a random number sensor uniformly distributed in a single interval, forming a random number with a given distribution law and a matrix of the average total residence time of the process in each state of the system. According to the results of the simulation of the operation of the EMC, given in the form of an oriented state graph and transitions, get a set of indicators of reliability in discrete form, which are approximated by polynomial functions of time.

Bibl. 6.

UDC 621.365.23

Kuvaiev V., Nezhurin V., Nikolenko A. **Mathematical modeling of the energy distribution inside the workspace of three-phase ore-reduction electric furnaces** // System technologies. N 2(121) - Dnipro, 2019.- P.49 – 55.

The authors proposed a mathematical model of the distribution of current density in the cross section of the self-burning electrode, the specific active power in volume of the bath working space, the magnetic field intensity on the surface of the ore-reduction furnace roof by the secondary sources method in the form of the second kind integral equations of Fredholm with the use of experimental data got from the operating furnaces.

The mathematical model can be used for reconstruction and design of furnaces in order to identify losses in its metal structures during the design stage.

Bibl. 8, il. 2

UDC 519.213.1

Podkovalihina O.O., Lohvinenko V.O., Bakhrushin V.E. **The problem of distribution of investment in conditions of statistical uncertainty** // System technologies. N 2(121) - Dnipro, 2019.- P.56 – 63.

The simulation of the influence of statistical uncertainty on the optimal solution of the investment allocation problem is carried out. It is shown that in this case several variants of plans are possible, which may be optimal for particular implementations of random parameters. Alternative optimality criteria for such problems are considered.

Bibl. 17, fig. 1, tabl. 2.

UDC 519.7

Brazaluk Iu.V., Gubin O.I., Davydova A.V., Yevdokymov D.V., Mala Yu.A., Stoyanovskiy M.A. **Mathematical and numerical modeling of thermal insulation systems for complex geometrical shape bodies** // System technologies. N 2(121) - Dnipro, 2019.- P.64 – 76.

Actual in applications to modern thermal technics and thermal energetics, problem about passive thermal protection of complex geometrical shape objects is considered in the paper. It is shown, that solution of this problem is connected with the most serious of modern computational mathematics. Asymptotic mathematical model is proposed for investigation of temperature field in thermal protection covering. Calculation of temperature fields in the protected objects are considered in the several special cases, and it is demonstrated that either boundary element method or finite element method must be applied in dependent of the nature of the protected object. The results of the work can be used in thermal technics, thermal energetics, avia- and missile-buildings.

Ref. 14.

UDC 669.168

Nadtochiy A.A., Velikonskaya N.M., Karyagin E.D. **Mathematical models for forecasting of activity of components of the oxidic systems equivalent to phosphatic ores** // System technologies. N 2(121) - Dnipro, 2019.- P.77 – 84.

A comprehensive theoretical study of domestic phosphorus deposits was conducted in order to substantiate the technology of electrochemical production of ferrophosphorus. The simulation of the existence of equilibrium phases in a complex system based on phosphorus oxide is carried out. The possibility of using phosphorites of domestic deposits as raw material for the production of ferrophosphorus has been confirmed. Laws are considered and cartograms of changes in the activity of components of oxide systems with variables of basicity and composition are constructed. The predicted mathematical models for the determination of component activity in complex systems that are equivalent to phosphorite ores

Ref. 8, Fig. 3.

UDK 621.314

Poliakov M.A, Andrias I.A. **Finite automata with non-binary elements of sets** // System technologies. N 2(121) - Dnipro, 2019.- P.85 – 94.

The definition of a classical finite automaton has been clarified in terms of the properties of the elements of its sets. Models are proposed, properties of finite automata with non-binary elements of sets of states, inputs, outputs, controls, and functions that form an automaton are described. The mechanisms of parametric and structural adaptation of the proposed automata are described. The activity of the outputs of the automaton is determined in the vicinity of the active state and at different time intervals.

Bibl. 8, il. 2, tabl. 1.

UDC 519.25:681.5

Sarychev A.P., Perviy B.A. **Optimal regressors search subjected to vector autoregression of unevenly spaced TLE series** // System technologies. N 2(121) - Dnipro, 2019.- P.95 – 110.

An iterative procedure of the parametric identification of autoregressive models with unequally spaced observations has been developed. The task of the Sich-2 spacecraft dynamics modeling using its unequally spaced TLE elements is considered. For all elements, satisfactory quality models were obtained.

Bibl. 15. Fig. 1 Tab. 3

UDC 004.942

Senko A.O, Kupin A.I. **Factor analysis of time series to determine the level of persistence of iron ore beneficiation indicators** // System technologies. N 2(121) - Dnipro, 2019.- P.111 – 118.

The results of research of technological characteristics of the enrichment section based on chaotic dynamics methods are presented. The problem of analysis of statistical properties of processes and forecasting of time series levels is considered. It is established that the use of R / S analysis allows to specify prediction procedures using the data of Hurst indicators. The possibilities of prediction of time series on the basis of generalized logistic mappings are investigated.

Bibl. 6, il. 2, tabl. 2

UDC 65.011.56

Stepkin V.V., Kazhan V.E., Berezin A.A. **Simulation of the monitoring device for the electric drive mechanism skip hoist** // System technologies. N 2(121) - Dnipro, 2019.- P.119 – 125.

A mathematical model of an electric drive for a skip hoist of a blast furnace with a load diagram of the mechanism and an observer with a subordinate adjustment of parameters with the possibility of ensuring smoothness of movement is considered. The proposed observer to estimate the motor speed and static load, which, using the measured armature current and motor speed, estimates the acceleration of the actuator. The possibility of using this model for electric skip hoist is shown.

Bibl.5, il.2

UDC 620.179

Fedorovich A.I. **Factor analysis of the classification of entropy samples of random variables** // System technologies. N 2(121) - Dnipro, 2019.- P.126 – 132.

The problem of detecting a change in the statistical regularities of measurement samples, containing information about the state of technical objects, using the criteria of nonparametric statistics shifts. By carrying out computational experiments, the effect of shear, scale, and correlation on the quality of classification with multidimensionality of measurements was investigated. The probabilities of making correct decisions are calculated when exact data are used and in the case of estimating the parameters of measured values.

Bibl. 7.

UDC 519.254

Baibuz O.H., Khamkhotko O.S., Polonska A.E. **Method of construction of convolution of Weibull distributions** // System technologies. N 2(121) - Dnipro, 2019.- P.133 – 139.

The technology of approximation of convolution of n random values distributed by laws of Weibull and spline-Weibull by the convolution of spline-exponential distributions is given. The comparative analyses of the results of simulation with the results of analytical approximations on the example of evaluation the term of activity of space unit is carried out.

Ref. 6., tab. 2.

UDK 621.774.35

Solovyova I., Nykolayenko Yu., Alpaiev M. **An example of the use of expert methods for assessing the routes of production of cold-deformed pipes** // System technologies. N 2(121) - Dnipro, 2019.- P.140 – 146.

An expert system for assessing and selecting the optimal production route has been developed. It takes into account several criteria and contains software for individual criteria calculating, for statistical processing of expert questionnaires and the route option choosing.

Bibl. 4, il. 5

## АВТОРЫ ВЫПУСКА

**Денисенко Олександр Іванови** – к.т.н., доцент, керівник центру дистанційного навчання Національної металургійної академії України.

**Цоцко Віталій Іванович** - старший викладач кафедри вищої математики та фізики інженерно-технологічного факультету Дніпровського державного аграрно-економічного університету.

**Дмитрієв Дмитро Олексійович** - д.т.н., професор, Херсонський національний технічний університет.

**Рудакова Ганна Володимирівна** - д.т.н., професор, Херсонський національний технічний університет.

**Русанов Сергій Аркадійович** - к.т.н., доцент, Херсонський національний технічний університет.

**Федорчук Дмитро Дмитрович** - аспірант, Херсонський національний технічний університет.

**Гуда Антон Ігорович** - д.т.н., професор, кафедри ІТС Національної Металургійної академії України.

**Зимогляд Андрій Юрійович** – асистент кафедри ІТС Національної Металургійної академії України.

**Трипутень Микола Мусійович** - доцент кафедри автоматизації і комп'ютерних систем, Національний ТУ «Дніпровська політехніка».

**Кузнецов Віталій Вадимович** - доцент кафедри Електротехніки та електропривода, Національна металургійна академія України.

**Кузнецова Євгенія Валеріївна** - старший викладач кафедри гуманітарних, фундаментальних та загальноінженерних дисциплін, Національна металургійна академія України.

**Трипутень Максим Миколайович** - студент факультету прикладної математики, Дніпровський національний університет ім. Олеса Гончара.

**Кузнецова Аліса Віталіївна** - студентка факультету прикладної математики, Дніпровський національний університет ім. Олеса Гончара.

**Скляр Роман Сергійович** - студент електрометалургійного факультету, Національна металургійна академія України.

**Кажан Володимир Євстафійович** – к.т.н., доцент; доцент кафедри електротехніки та електропривода Національної металургійної академії України.

**Стьопкін Василь Володимирович** – к.т.н., доцент; доцент кафедри електротехніки та електропривода Національної металургійної академії України.

**Захаров Олексій Олексійович** - студент групи АП01-15 кафедри електротехніки та електропривода Національної металургійної академії України.

**Куваєв Віктор Юрійович** – старший викладач кафедри електротехніки та електропривода, Національна металургійна академія України.

**Нежурін Вадим Ілліч** – доцент кафедри електротехніки та електропривода, Національна металургійна академія України.

**Ніколенко Анатолій Васильович** – завідувач кафедри електротехніки та електропривода, Національна металургійна академія України.

**Бахрушин Володимир Євгенович** - професор, Запорізький національний технічний університет.

**Подковаліхіна Олена Олександрівна** - доцент, Запорізький національний технічний університет.

**Логвіненко Владислава Олексіївна** - магістрант, Запорізький національний технічний університет.

**Бразалук Юлія Володимирівна** - старший науковий співробітник науково-дослідної лабораторії моделювання процесів механіки рідини і газу та теплома-сообміну, Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара.

**Губін Олександр Ігорович** - доцент кафедри аерогідромеханіки та енергомасо-переносу, Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара.

**Давидова Анжеліка Володимирівна** - доцент кафедри космічних інформацій-них технологій, Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара.

**Євдокимов Дмитро Васильович** - старший науковий співробітник науково-дослідної лабораторії моделювання процесів механіки рідини і газу та теплома-сообміну, Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара.

**Мала Юлія Анатоліївна** - асистент кафедри вищої математики та фізики, Наці-ональна металургійна академія України.

**Стояновський Михайло Анатолійович** - аспірант кафедри аерогідромеханіки та енергомасопереносу, Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара.

**Надточій Анжела Анатоліївна** – к.т.н., доцент кафедри ТМП та Х, НМетАУ.

**Великонська Наталія Михайлівна** – ст. викладач каф. ТМП та Х, НМетАУ.

**Карягін Євген Дмитрович** – студент, НМетАУ, м. Дніпро.

**Поляков Михайло Олексійович** - професор кафедри електричних та електро-них апаратів Запорізького національного технічного університету

**Андріас Ірина Аркадієвна** - доцент кафедри електроприводу та автоматизації Запорізького національного технічного університету.

**Саричев Олександр Павлович** – доктор технічних наук, провідний науковий співробітник, Інститут технічної механіки НАН України і ДКА України.

**Первій Богдан Андрійович** – молодший науковий співробітник, Інститут тех-нічної механіки НАН України і ДКА України.

**Купін Андрій Іванович** – доктор технічних наук, завідувач та професор кафед-ри комп'ютерних систем та мереж Криворізького національного університету.

**Сенько Антон Олександрович** – асистент кафедри комп'ютерних систем та мереж Криворізького національного університету.

**Стьопкін Василь Володимирович** - доцент кафедри електротехніки та елект-ропривода Національної металургійної академії України.

**Кажан Володимир Євстафійович** - доцент кафедри електротехніки та елект-ропривода Національної металургійної академії України.

**Березін Олексій Олександрович** - студент групи АП01-15 електрометалургійного факультету Національної металургійної академії України.

**Федорович Анна Ігорівна** - Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара, доцент кафедри Радіоелектронної автоматики, фізико-технічного факультету.

**Байбуз Олег Григорович** - зав. каф. математичного забезпечення електронно обчислювальних машин, Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара.

**Хамхотько Олена Сергіївна** - асистент кафедри математичного забезпечення електронно обчислювальних машин, Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара.

**Полонська Анна Євгеніївна** - асистент кафедри обчислювальної математики та математичної кібернетики, Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара.

**Соловйова Інна Анатоліївна** - к.т.н., доцент кафедри технологічного проектування Національної металургійної академії України.

**Николаєнко Юлія Миколаївна** - старший викладач кафедри технологічного проектування Національної металургійної академії України.

**Алпаєв Микола Євстафійович** - к.т.н., доцент кафедри технологічного проектування Національної металургійної академії України.